

УДК 614.842:004.358

ГОЛОВКО А.В., к.т.н. (УкрГАЗТ)

## Использование клеточных автоматов для представления массообмена и энергообмена в процессе распространения огня

*Для определения параметров горения и оценки наличия угроз объектам транспортной инфраструктуры создана дискретная динамическая система – клеточный автомат процесса распространения пожара (КАПП). В частности модель взаимодействия между клетками, составными частями КАПП, моделирующая распространение огня по полигону. Приведена математическая модель изменения химического состава клетки вследствие процессов массо-, тепло- и энергообмена.*

**Ключевые слова:** клеточные автоматы, состояние клетки, набор параметров, массообмен и энергообмен, граница полигона, граничные условия

### Введение

Данная работа есть продолжение статьи [1], посвященной математическому моделированию процесса горения в системах транспортной инфраструктуры. Необходимость создания научной основы (базовой методологии) как для качественного, так и количественного анализа текущего прогноза возникновения, распространения и тушения пожаров, была обоснована в предыдущей работе автора [1]. Ведь пожары на природных ландшафтах наносят огромный и невосполнимый ущерб природно-экологическим и материальным ресурсам. И отсутствие такой полноценной научной основы сдерживает планирование и создание новых высокоэффективных мер обеспечения безопасности многих объектов природоохранной зоны, промышленности, узлов связи и транспорта, в том числе железнодорожного. Что, в свою очередь, препятствует мероприятиям по снижению рисков от пожаров в окружающих их ландшафтах, как на стадии эксплуатации, так и на этапе проектирования объектов.

Для определения параметров горения и оценки наличия угроз объектам транспортной инфраструктуры нужна дискретная динамическая система – клеточный автомат процесса распространения пожара (КАПП). В работах [1, 9] построена клетка, моделирующая горение, составная часть КАПП. Данная статья посвящена построению модели распространения огня, то есть моделирования процессов массо- и теплообмена путем описания взаимодействия между клетками.

### Состояние проблемы

Распространение огня задается локальными уравнениями в частных производных, описывающими процессы массо- и теплообмена. Поведение клеточных автоматов [5,8] как однородных дискретных динамических систем полностью определяется правилами переходов состояний автомата, включающими взаимодействие между соседними клетками. Эти отношения могут отражать уравнения в частных производных, которыми, в свою очередь и задается процесс горения и распространения огня. Поэтому задача данной статьи – показать возможности моделирования этих процессов на основе клеточных автоматов, как взаимодействие между соседними клетками.

### Изложение материала

Клеточный автомат характеризуется четырьмя основными параметрами [4]: геометрией связей соседних клеток, числом состояний клетки, набором параметров и алгоритмом вычисления последующих состояний, то есть набором  $A = \{Z^3, M, E_n, K, \varphi\}$ , где  $Z^3$  – множество векторов в пространстве с целочисленными координатами,  $M$  – множество кортежей возможных значений параметров клеточного автомата,  $E_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$ ,  $K = \{k_1, k_2, \dots, k_{n-1}\}$  – упорядоченный набор различных ненулевых векторов из  $Z^3$ ,  $\varphi$  – функции  $n$ -значной логики. Векторы из  $Z^3$  называют положением ячейки в однородной структуре клеточных автоматов. Элементы множества  $M$  – наборы вида  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , отражающие значения  $b$  параметров клеточного автомата, именно это множество даёт возможность моделировать различные стадии сложного процесса горения. Элементы множества  $E_n$  – состояния клеточного автомата [10,9].

Функция  $\varphi: A \rightarrow A$ , правило перехода автомат из состояния в состояние, отображает множество  $A$  в себя.

© А.В. Головки, 2013

При переходе от момента времени  $t$  к моменту  $t + \Delta t$  правила изменения состояния клетки клеточного автомата (функция  $\varphi(a)$ ) должны учитывать как взаимодействие между соседними клетками, так и состояние самой клетки и соответствующий ему процесс внутри [11]. Введем две функции  $P_1$  и  $P_2$ . Функция  $P_1: A \rightarrow A$  отображает множество  $A$  во множество  $A$  и определяет взаимодействие клетки с соседями. Аналогично, функция  $P_2: A \rightarrow A$  отображает множество  $A$  во множество  $A$ , вычисляя при этом изменение параметров вследствие процесса внутри клетки, и определяет состояние клетки на следующем шаге. Тогда функцию  $\varphi$  можно определить как сумму функций  $P_1$  и  $P_2$ :

$$\varphi(a) = P_1(a) + P_2(a).$$

Данная статья посвящена подробному определению соотношений массообмена и энергообмена задающих функцию  $P_1$ . О функции  $P_2$  можно сказать, что ее определение тесно связано с определением набора возможных состояний клеточного автомата [9, 1].

Распространение огня определяется процессами массообмена и энергообмена. В модели ландшафтного пожара эти процессы предлагается отразить как взаимодействие между соседними клеточными автоматами. Благодаря этому макропроцесс ландшафтного пожара будет представлен как система взаимодействия клеточных автоматов процесса распространения пожара, каждый из которых реализует микропроцесс горения. Для реализации этого:

- а) определяется соседство клеточного автомата множеством  $K$  [9];
- б) порядок взаимодействия между соседями;
- в) зависимости, определяющие процессы массообмена и энергообмена между соседями;
- г) порядок определения нового состояния клеточного автомата.

Все вышеперечисленное образует математическую модель процесса распространения пожара. На основании этой модели строится компьютерная модель, реализуемая на объектно-ориентированном языке C++. Для удобства использования результатов организуем их визуализацию как на экран, так и в виде текстовых файлов.

Система клеточных автоматов [8] состоит из набора объектов (клеток), обычно образующих регулярную решетку. Состояние отдельно взятого  $i$ -го объекта (или клетки) в момент времени  $n$  характеризуется в данном случае набором из нескольких чисел  $(a_1, a_2, \dots, a_b)$ . В данном процессе горения  $b=15$ , и соответствует 15 составляющим зоны горения подробно рассмотренным в [11].

Рассматриваемые состояния ячеек принадлежат множеству  $E_7 = \{0, 1, \dots, 6\}$ , [9] изменяются синхронным образом через дискретные интервалы времени в соответствии с локальными вероятностными правилами, которые могут зависеть от состояния переменных в ближайших соседних клетках.

Пространственная область процесса распространения пожара (полигон) представляет собой прямоугольный параллелепипед, подробно описанный в [9].

Таким образом, набор  $(z_1, z_2, z_3) \in Z^3$  определяющий положение клетки автомата, задаёт и положение соответствующего объема.

Функция  $P_1: A \rightarrow A$  отображает множество  $A$  во множество  $A$  и определяет взаимодействие клетки с соседями. Функция  $P_1(\cdot)$  – вектор:

$$P_1(\vec{a}) = \{p_1(\vec{a}), p_2(\vec{a}), \dots, p_{19}(\vec{a})\},$$

где аргумент функции вектор:

$$\vec{a}(t) = \{(r, c, s), (a_1, a_2, \dots, a_{15}), e(t)\};$$

$(p_1(\cdot), p_2(\cdot), p_3(\cdot))$  соответствуют координатам автомата и, так как положение не меняется:

$$p_1(\vec{a}) = 0, p_2(\vec{a}) = 0, p_3(\vec{a}) = 0.$$

Для построения модели пожара используются формулы сохранения массы, сохранения импульса и сохранения энергии [6]. Обозначаем  $M_{i\text{взаим}}$  как изменение массы  $i$ -той компоненты,  $I_{\text{взаим}}$  как изменение импульса и  $W_{\text{взаим}}$  как изменение энергии в объеме  $\Delta V$  за промежутки времени  $[\tau - \Delta\tau, \tau + \Delta\tau]$ . Взаимодействие с соседями определяется формулами из законов сохранения:

$$\begin{cases} M_{i\text{взаим}} = \int_{\tau-\Delta\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[ \oint_{\Delta S} (\rho_i v_i) \rho_i dS \right] \text{ при } i = 5, 11 \\ I_{\text{взаим}} = \int_{\tau-\Delta\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[ - \oint_{\Delta S} \left[ \rho_i v_i + \sum_i P_i + c_d s \sum_i \rho_i (v_i \rho_i) v_i \right] dS \right] \\ W_{\text{взаим}} = \int_{\tau-\Delta\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[ \oint_{\Delta S} \left[ \left( \rho_i \frac{v_i^2}{2} \right) + \rho_i (v_i \rho_i) \left( \varepsilon_i + \frac{1}{2} v_i^2 + \frac{P_i}{\rho_i} \right) \right] dS - \right. \\ \left. - \oint_{\Delta S} (\Delta E_{\text{соб.мзл}} - \Delta E_{\text{внеш.лог.мзл}}) dS \right] + \int_{\tau-\Delta\tau}^{\tau+\Delta\tau} F_{\text{соп}} \rho_i d\tau \end{cases}$$

где  $\vec{n}$  – единичный нормальный внешний вектор к элементу  $dS$  поверхности  $\Delta S$ , ограничивающей объем  $\Delta V$ ;

$\vec{G}_i$  – вектор потока массы, переносимой  $i$ -компонентой на элементе  $dS$  за счет молекулярной и турбулентной диффузии;

$\rho_i, v_i$  – плотность и скорость переносимой  $i$ -компонентой на элементе  $dS$  поверхности  $\Delta S$ ;

$\rho_i, v_i$  – вектор массовой скорости  $i$ -компонентой;

$\vec{P}_i$  – вектор импульса массы, переносимой  $i$ -компонентой на элементе  $dS$  за счет молекулярной и турбулентной диффузии;

$F_{сопр}$  – сила сопротивления кроны, вычисляемая по формуле:

$$F_{сопр} = c_d \frac{\rho v^2}{2} S \frac{\rho}{|\vec{v}|};$$

$c_d$  – коэффициент аэродинамического сопротивления кроны дерева;

$p$  – давление в смеси газообразных компонент факела;

$\vec{Q}_i$  – вектор потока энергии, переносимой  $i$ -компонентой на элементе  $dS$  за счет молекулярной и турбулентной теплопроводности;

$\varepsilon_i, p_i$  – удельная тепловая внутренняя энергия и давление  $i$ -й компоненты на элементе  $dS$  поверхности  $\Delta S$ ;

$E_{внеш. погл. изл.}$  – часть внешнего излучения, попадающего в объем  $\Delta V$  через элемент поверхности  $dS$ , которая поглощается объемом  $\Delta V$ ;

$E_{соб. прох. изл.}$  – собственное излучение объема  $\Delta V$ , проходящее через элемент поверхности  $dS$ .

Для вычисления взаимодействия между клетками нужно определить значения параметров на границе полигона. Граница полигона состоит из верхней границы –  $\Gamma_B$ , нижней –  $\Gamma_n$ , боковой –  $\Gamma_b$ . Среда выше  $\Gamma_B$  имеет значения параметров для времени  $\tau \geq 0$ :

$$\begin{cases} T|_{\Gamma_B} = T_{нач} \\ \rho_i|_{\Gamma_B} = 0 \text{ при } i = 1,7 \\ \rho_8|_{\Gamma_B} = \rho_{O_2 \text{ в}} \\ \rho_9|_{\Gamma_B} = \rho_{CO_2 \text{ в}} \\ \rho_{10}|_{\Gamma_B} = \rho_{H_2O \text{ в}} \\ \rho_{11}|_{\Gamma_B} = \rho_{II \text{ в}} \\ \Delta U|_{\Gamma_B} = 0 \end{cases},$$

где  $\rho_{O_2 \text{ в}}, \rho_{CO_2 \text{ в}}, \rho_{H_2O \text{ в}}$  и  $\rho_{II \text{ в}}$  – плотность соответственно кислорода, углекислого газа, пара и инертных газов воздуха,  $T_{нач}$  – не возмущенная температура воздуха, приращение внутренней энергии  $\Delta U$  считается равным нулю.

Среда вне полигона и соприкасающаяся с  $\Gamma_B$  имеет значения параметров для времени  $\tau \geq 0$ :

$$\begin{cases} T|_{\Gamma_B} = T_{нач} \\ \rho_i|_{\Gamma_B} = \rho_{i \text{ нач}} \text{ при } i = 1,2 \\ \rho_i|_{\Gamma_B} = 0 \text{ при } i = 3,7 \\ \rho_8|_{\Gamma_B} = \rho_{O_2 \text{ в}} \\ \rho_9|_{\Gamma_B} = \rho_{CO_2 \text{ в}} \\ \rho_{10}|_{\Gamma_B} = \rho_{H_2O \text{ в}} \\ \rho_{11}|_{\Gamma_B} = \rho_{II \text{ в}} \\ \Delta U|_{\Gamma_B} = 0 \end{cases}.$$

Среда ниже  $\Gamma_n$  полигона имеет значения параметров для времени  $\tau \geq 0$ :

$$\begin{cases} T|_{\Gamma_n} = T_{нач} \\ \rho_i|_{\Gamma_n} = 0 \text{ при } i = 1,11 \\ \Delta U|_{\Gamma_n} = 0 \end{cases}.$$

При синтезе процесса горения в клетке учет ветра присутствует при массообмене и обмене энергией с соседними клетками. Конфигурация соседства клеточного автомата с непосредственно соседствующими с ним клеточными автоматами определена его координатами в трехмерном векторном пространстве. Для вычисления количества каждой  $i$ -составляющей вещества и энергии, которая пройдет через поверхность, ограничивающую наш куб в направлении внешней нормали за фиксированный промежуток времени, используются значения потока массы  $\vec{G}_i$ , импульса  $\vec{P}_i$  и энергии  $\vec{Q}_i$ .

Для вычисления переменных  $\vec{G}_i$ ,  $\vec{P}_i$ ,  $\vec{Q}_i$  применяем уравнение молекулярного и турбулентного переноса массы, импульса и энергии в форме Буссинекса [7]:

$$\vec{G}_i = -\rho_i (D_i + D_{\epsilon i}) (\nabla \rho_i) (1 + \varphi_{v_B})$$

$$\vec{P}_{in} = -\rho_i (v_i + v_{\epsilon i}) (1 + \varphi_{v_B}) \frac{dv_n}{dr_n},$$

$$\vec{Q}_i = -c_{pi} \rho_i (1 + \varphi_{v_B}) (a_i + a_{\epsilon i}) (\nabla T),$$

где  $\vec{G}_i$ ,  $\vec{P}_{in}$ ,  $\vec{Q}_i$  - поток массы импульса и энергии с учетом влияния ветра;

$D_{\epsilon i}$ ,  $D_i$ ,  $v_i$ ,  $v_{\epsilon i}$ ,  $a_i$ ,  $a_{\epsilon i}$  - коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии, вязкости и температуропроводности  $i$ -компонентой соответственно;

$\vec{P}_{in}$  - перпендикулярная к поверхности объема  $\Delta V$  составляющая вектора переноса импульса  $i$ -компонентой через поверхность;

$\frac{dv_n}{dr_n}$  - производные по нормали к поверхности от нормальной составляющей скорости;  $\rho_i$  - массовая часть  $i$ -составляющей в объеме;

$c_{pi}$  - удельная теплоемкость  $i$ -й компоненты при постоянном давлении;

$\varphi_{v_B}$  - безразмерный коэффициент, учитывающий увеличение потоков при движении огня в направлении ветра [3].

Изменение полной внутренней энергии смеси газов равно сумме изменений внутренних энергий каждой компоненты смеси [7]. Зависимость приращения энергии от приращения тепла:

$$\Delta U = \Delta T \sum_i \frac{c_{vi} \rho_i}{\mu_i},$$

где  $c_{vi}$  - молярная теплоемкость, а  $\mu_i$  - молярная масса  $i$ -той компоненты объема.

Для составляющих газовой и дисперсной фазы справедливо:

$$p_i(\vec{a}) = \sum_{\vec{a}' \in K(\vec{a})} (G_i(\vec{a}, \vec{a}') - \rho v_i(\vec{a}, \vec{a}')) \times (1 + \varphi_{v_B}) 2\Delta\tau / \Delta V, \quad \text{для } i = 11, 16$$

где  $\vec{a}' \in K(\vec{a})$  - клетки, принадлежащие окрестности  $\vec{a}$ ,  $G_i(\vec{a}, \vec{a}')$  - поток массы  $i$ -той компоненты через грань между клетками  $\vec{a}$  и  $\vec{a}'$ , за счет молекулярной и турбулентной диффузии,  $\rho v_i(\vec{a}, \vec{a}')$  - массовая скорость  $i$ -той компоненты через грань между клетками  $\vec{a}$  и  $\vec{a}'$ ,  $\varphi_{v_B}$  - коэффициент учета ветра.

Изменение количества газа  $i$ -составляющей ( $i$  от 11 до 16), вследствие молекулярной и турбулентной диффузии:

$$G_i(\vec{a}, \vec{a}') = D_i(\vec{a}, \vec{a}') (a_i - a_{i_{\text{сос}}}) dl / \Delta V,$$

где  $D_i$  - коэффициент молекулярной и турбулентной диффузии  $i$ -составляющей, высчитываемый для текущего и соседнего объемов;  $a_i$  и  $a_{i_{\text{сос}}}$  - массовая часть  $i$ -составляющей в данном и соседнем объеме,  $vet$  - коэффициент учета влияния ветра.

Изменение энергии  $\Delta U_s$ , вследствие разности температур между двумя соседними объемами без учета ветра:

$$\Delta U_s = -(a_{i_{\text{сос}}} - a_i) \times \lambda \times dl / \Delta V + I_s \times dl;$$

где  $a_i$  и  $a_{i_{\text{сос}}}$  - температура данного и соседнего с ним объема,  $\lambda$  - коэффициент теплопроводность вычисление которого приведено в [33];  $I_s$  - излучение из соседнего объёма.

Компонента, соответствующая энергии:

$$p_{18}(\vec{a}) = \sum_{\vec{a}' \in K(\vec{a})} \Delta U(\vec{a}, \vec{a}') (1 + \varphi_{v_B}) 2\Delta\tau,$$

где  $\vec{a}' \in K(\vec{a})$  - клетки, принадлежащие окрестности  $\vec{a}$ ,  $\Delta U(\vec{a}, \vec{a}')$  - поток энергии вследствие разности температур через грань между клетками  $\vec{a}$  и  $\vec{a}'$ ,  $\varphi_{v_B}$  -

коэффициент учета ветра.

Общее изменение энергии на шаге:

$$\Delta U = \sum \Delta U_s + (\Delta Q_{гор} \times \Delta \rho_7 + \Delta Q_{инп} \times \Delta \rho_1 - \Delta Q_{суш} \times \Delta \rho_2) \times dtay$$

Изменение температуры на шаге:

$$\Delta T = (\sum_i \frac{c_{v_i} \rho_i}{\mu_i}) / \Delta U.$$

В терминах функции правил перехода, изменение энергии на шаге итерации:

$$\varphi_{18}(a) = p_{18}(a) + q_{18}(a).$$

На основе вышеперечисленных формул вычисляются новые значения составляющих объема и температуры:

$$a_i(t+\Delta t) = \varphi_i(a(t, e_t)) = p_i(a) + q_i(a).$$

Изменение температуры считается последним, так как зависит от вновь полученных значений изменения энергии и массы:

$$a_4(t+\Delta t, e_{t+\Delta t}) = \varphi_4(a) = a_1 + (\sum_{i=1}^{16} \frac{c_{v_{i-4}} \varphi_i(a)}{\mu_{i-4}}) / \varphi_{18}(a),$$

и процесс повторяется.

Итак, дан покомпонентный алгоритм определения функции  $\varphi$  – правила перехода клеточного автомата из одного состояния в другое.

## Выводы

Таким образом, определена та часть КАПРП, представленная функцией  $P_1$ , которая вычисляет изменение параметров вследствие процесса тепло-, массо- и энерго обмена между соседними объемами. И также уже задано правило перехода клеточного автомата из одного состояния в другое - функция  $\varphi$ .

## Литература

1. Головки А.В. Математическое моделирование процесса горения в системах транспортной инфраструктуры /А.В. Головки //Информационно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2012. – №6(97). – С. 58 – 62.
2. Гришин А.М. Математические модели лесных пожаров и новые способы борьбы с ними /А. М. Гришин. – Новосибирск: Наука, 1992. – 408 с.

3. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров / Г. А. Доррер. – М.: Лесн. пром-сть, 1979. – 161с.
4. Корнев И.М. Об одной модели этнических отношений. / И.М. Корнев // Интеллектуальные системы Том 3, выпуск 1-2, 1998. – С.217–232.
5. Кудрявцев В.Б. Введение в теорию автоматов / Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколотин А.С.//– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.–320 с.
6. Перестюк М.Ю., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2001. – 336 с.
7. Сборник задач по технической термодинамике и теплопередаче/ под ред. Юдаева Б.Н. – М.: Высш. шк., 1968. – 372 с.
8. Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов /Т.Тоффоли, Н. Марголус; пер. с англ. П.А. Власова, Н.В. Барабанова – М. : Мир, 1991. – 280 с.
9. Филиппенко И. Г. Клеточные автоматы – основа построения математической модели процесса распространения пожара / И.Г. Филиппенко, А.В. Головки // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. – № 3/5(45) – С. 8-13.
10. Филиппенко И.Г. Компьютерное моделирование процесса распространения пожара на плоскости / И. Г. Филиппенко, В.М. Бутенко, А.В. Головки // 36. наук. праць. – Донецьк: ДонІЗТ. – 2008. – Вип. № 16. – С. 64 – 73.
11. Филиппенко И.Г. Математическая и компьютерная модель процесса распространения пожара / И.Г. Филиппенко, А.В. Головки //Восточно-Европейський журнал передових технологій. – 2010. - № 4/3 (46) - С. 22 – 28.

**Головки О.В. Використання клітинних автоматів для подання масообміну і енергообміну у процесі поширення вогню.** Для визначення параметрів горіння і оцінки наявності загроз об'єктам транспортної інфраструктури створена дискретна динамічна система - клітинний автомат процесу поширення пожежі (КАППП). Зокрема модель взаємодії між клітинами, складовими частинами КАПРП, що моделює поширення вогню по полігону. Наведено математичну модель зміни хімічного складу клітини внаслідок процесів масо-, тепло- і енергообміну.

## **Golovko A.V. The use of cellular automata to present mass and energy exchange in the process of fire travel.**

To determine the combustion properties and to evaluate the presence of threats for transport infrastructure objects a discrete dynamic system – a cellular automata of the fire travel process (CAFTP) – has been created. In particular it is the model of interaction between cells, the components of CAFTP, modeling fire travel on the range. A mathematical model of a cell chemical composition modification as a result of mass, heat and energy exchange processes has been presented.

Рецензент д.т.н., профессор Приходько С.И. (УкрГАЖТ)

Поступила 18.03.2013г