

ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСАМИ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Кафедра «Управління експлуатаційною роботою»

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ

**Конспект лекцій
з дисципліни**

“ОСНОВИ ТЕОРІЙ СИСТЕМ І УПРАВЛІННЯ”

Частина 2

Харків – 2012

Методи дослідження систем: Конспект лекцій /
Т.В. Бутько, О.М. Ходаківський, В.В. Петрушов,

В.М. Прохоров. – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – Ч. 2. – 44 с.

У конспекті лекцій наведено методи дослідження систем, процедуру оптимізації результатів за заданими критеріями, моделі систем на основі методів математичного програмування і т. ін., а також контрольні питання і літературу.

Іл. 7, табл. 1, бібліогр.: 10 назв.

Конспект лекцій рекомендовано для студентів денної і заочної форм навчання та слухачів ІППК з дисципліни “Основи теорій систем і управління”.

Конспект лекцій рекомендовано до друку на засіданні кафедри УЕР 16 листопада 2009 року, протокол № 6.

Рецензент

проф. Д.В. Ломотько

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ

Конспект лекцій з дисципліни
“ОСНОВИ ТЕОРІЙ СИСТЕМ І УПРАВЛІННЯ”

Частина 2

Відповідальний за випуск Ходаківський О.М.

Редактор Третьякова К.А.

Підписано до друку 24.11.09 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,5. Тираж 300. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

**Міністерство транспорту та зв'язку України
Українська державна академія залізничного транспорту**

**Факультет “Управління процесами перевезень”
Кафедра “Управління експлуатаційною роботою”**

**Т.В.Бутько, О.М.Ходаківський, В.В.Петрушов, В.М.Прохоров
МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ**

**Конспект лекцій для студентів денної і заочної форми навчання
та слухачів ІІІК з дисципліни
“Основи теорій систем і управління”
Частина 2**

Харків 2012

Буцько Т.В., Ходаківський О.М., Петрушов В.В., Прохоров В.М. Методи дослідження систем: Конспект лекцій – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – 44 с.

У конспекті лекцій наведено методи дослідження систем, процедуру оптимізації результатів за заданими критеріями, моделі систем на основі методів математичного програмування і т. ін., а також контрольні питання і літературу.

Іл. 7, табл. 1, бібліогр.: 10 назв.

Конспект лекцій рекомендовано для студентів денної і заочної форм навчання та слухачів ІППК з дисципліни “Основи теорій систем і управління”.

Конспект лекцій рекомендовано до друку на засіданні кафедри УЕР 16 листопада 2009 року, протокол № 6.

Рецензент

проф. Д.В. Ломотько

ЗМІСТ

	Вступ	4
1	Методи дослідження систем. Класифікація моделей	5
2	Оптимізація результатів за заданими критеріями	8
3	Моделювання систем на основі методів математичного програмування	9
4	Моделі систем на основі теорії масового обслуговування ..	15
5	Методи прийняття рішень	20
6	Управління системою	29
7	Структура керуючої системи	32
8	Проектування, конструювання та експлуатація систем	35
9	Принципи формування систем	39
	Контрольні питання	42
	Список літератури	44

ВСТУП

Дисципліна «Основи теорій систем і управління» призначена для ознайомлення студентів з основними принципами функціонування складних систем та їх управління.

У другій частині лекційного курсу подано методи дослідження складних систем та класифікація моделей. Наведено методи математичного дослідження систем, розглянуто критерії оптимізації результатів та методи прийняття рішень. Також розглянуто основні принципи управління системою, показники її функціонування та методологію проектування і конструювання систем. Наприкінці курсу викладено обґрунтування необхідності створення систем та принципи експлуатації технічних систем. Протягом вивчення курсу на лабораторних заняттях студенти повинні закріплювати матеріал, виконуючи розрахунки у програмному комплексі MathLab.

Друга частина лекційного курсу складається з 18 годин лекцій та 18 годин лабораторних занять.

1 МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ. КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ

Основним методом дослідження системи є побудова її математичної моделі. *Математична модель* – це формалізоване подання системи у вигляді математичних символів або алгоритмів. Таким чином, дослідження системи зводиться до дослідження її математичної моделі. Математична модель дозволяє досліджувати систему з виключенням істотних або неістотних зв'язків; реалізовувати умови, недосяжні на практиці; прогнозувати стан системи.

Вибір методу дослідження математичної моделі безпосередньо пов'язаний з такими поняттями, як *зовнішня* та *внутрішня правдоподібність*.

Під *зовнішньою правдоподібністю* розуміється очікуваний ступінь адекватності математичної моделі реального об'єкта.

Під *внутрішньою правдоподібністю* розуміється очікуваний ступінь точності розв'язку отриманих рівнянь, які прийняті як математична модель об'єкта.

Якщо тип моделі обраний, то зовнішню правдоподібність вважають зафіксованою, а вибір методу дослідження буде визначатися необхідним ступенем внутрішньої правдоподібності.

Складні та *дуже складні стохастичні* системи мають необхідність у керуванні. Якщо на систему здійснюється цілеспрямований вплив і система реагує на нього, то такі системи називають *керованими*. У кожній керованій системі виділяють дві підсистеми – *керовану* і *керуючу*. Таким чином, *управління* – це цільовий вплив керуючої системи на *об'єкт функціонування* (*керовану систему*), при якому керована система послідовно переходить із множини різних можливих станів у такий стан, при якому досягається необхідна мета, тобто це процес приведення заданого об'єкта до стану, що відповідає меті.

Класифікація моделей. Математичні моделі можна розділити на два великих класи: *детерміновані* та *стохастичні*. У детермінованих моделях всі параметри та вихідні дані вважаються визначеними. У стохастичних моделях параметри, вихідні дані або одне з них носять імовірнісний характер, тобто описуються законами розподілів.

Для дослідження транспортних систем використовують такі типи моделей: моделі лінійного програмування, нелінійного програмування, теорії масового обслуговування, динаміки середніх, динамічного програмування, стохастичного програмування, прогнозування, на основі нечіткої логіки, імітаційні моделі та ін.

Математичні моделі динамічних систем можуть бути досить складними. Тому в процесі їхнього дослідження відносно невеликі складові можна відкинути; нелінійні залежності можна замінити лінійними, імовірнісні компоненти – детермінованими. Все це дозволяє швидко одержати приблизне рішення завдання, а це у свою чергу допомагає у виборі точності методу дослідження.

Вибір методу дослідження моделі визначається типом системи. Так, статичні системи, як правило, подають як алгебраїчні рівняннями або їхні системи. У цьому випадку використовують метод Крамера і Гаусса, а для систем великої розмірності – метод ітерацій на ПЕОМ. Динамічні системи описують диференційними рівняннями, результатом розв'язання яких є функції. У відсутності аналітичних рішень диференційні рівняння розв'язують методом Рунге–Кутта або чисельними методами на ПЕОМ. Для вивчення особливостей динамічної системи будують її *фазовий портрет*, що являє собою множину *фазових траєкторій* на *фазовій площині*. *Фазова траєкторія* – зображення одного з можливих розв'язків диференційних рівнянь.

При дослідженні стохастичних систем, у яких проходять імовірнісні процеси, доцільно використовувати *метод Монте–Карло*. За допомогою цього методу визначають оптимальний розв'язок на множині можливих варіантів при проектуванні систем. Метод Монте–Карло, або метод статистичного моделювання, заснований на використанні випадкових чисел, які моделюють імовірнісні процеси. Виконуючи моделювання багато разів, отримують статистичний матеріал. На підставі отриманих статистичних даних формують емпіричні залежності. Математичною основою методу є *закон великих чисел*: при великій кількості статистичних випробувань імовірність того, що середнє арифметичне значення випадкової величини прямує до її математичного очікування, дорівнює 1, тобто

$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{\sum X_i}{n} - m(X)\right| < \varepsilon\right) \rightarrow 1$, де X – випадкова величина, $m(X)$ – математичне очікування X , ε – мале число.

Розіграш значення випадкової величини X із заданою функцією розподілу $F(x)$ зводиться до такої процедури: одержати число R , рівномірно розподілене в інтервалі від 0 до 1 (наприклад, використовуючи стандартну функцію RND), та як значення X взяти: $X = F^{-1}(R)$, де F^{-1} – функція, зворотна по відношенню до F .

На практиці при організації та експлуатації транспортних систем широке поширення одержала теорія масового обслуговування (ТМО).

Проведення математичного дослідження систем. *Математичне дослідження* – це експеримент над моделлю. У процесі експерименту на системі за допомогою моделі визначають динаміку вихідних змінних або розподілу імовірнісних значень параметрів, які характеризують систему.

Математичне дослідження передбачає: виявлення причинно-наслідкових відносин у досліджуваній системі; ідентифікацію параметрів моделі; визначення особливостей поведінки функцій, що описують систему (екстремуми, інтервали монотонності, опуклості); встановлення керованих і керуючих параметрів, оптимізацію рішень за заданими критеріями та ін.

Ідентифікація параметрів моделі – це процес одержання кількісної оцінки параметрів. Для цього використовуються експериментальні дані, які оброблюють методами *математичної статистики, регресійно-кореляційного аналізу (метод найменших квадратів), методом експертної оцінки*.

Якщо зв'язки між параметрами системи подано як поліном n -го ступеня з коефіцієнтами $a_i (i = \overline{0, n})$: $y = f(x, a_0, a_1, \dots, a_n)$, то для оцінки параметрів a_i зручно використовувати метод найменших квадратів:

$$S = \sum_{j=1}^k (f(x_j) - y_j)^2 \Rightarrow \min. \quad (1)$$

2 ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЗА ЗАДАНИМИ КРИТЕРІЯМИ

На етапах побудови моделі аналізу та інтерпретації отриманих результатів моделювання виконують *оптимізацію структури системи* або її окремих характеристик. *Оптимізація* – це процес пошуку і вибір одного рішення з множини можливих за заданим критерієм.

Критерій – це ознака, що дозволяє класифікувати процеси та характеристики на погані та хороші з огляду на поставлену мету. Кількісне вираження ознаки називають *показником*. При використанні одного критерію відбувається безпосередня оптимізація $y = f(x) \Rightarrow \min$.

У цьому випадку $f(x)$ називають *цільовою функцією*.

Прикладом оптимізації у багатомірному евклідовому просторі є завдання *лінійного та цілочисельного програмування*, для рішення яких використовують відповідно *симплекс-метод* і *метод Гоморі*. Більш адекватно описують завдання оптимізації у транспортних системах моделями *нелінійного програмування*. Методами рішення таких моделей є: *метод множників Лагранжа* та *чисельні методи (метод релаксації, градієнта, найшвидшого спуску або підйому)*. При управлінні динамічними процесами використовують *метод динамічного програмування*.

Для існування оптимального рішення система обмежень у моделі повинна бути сумісною.

У дослідженнях систем часто зустрічаються *багатокритеріальні завдання*.

Багатокритеріальні завдання зводяться до *однокритеріальних* формуванням *суперкритерію*. Для формування *суперкритерію* використовують *адитивні* або *мультиплікативні функції*.

Суперкритерій в адитивній формі являє собою суму доданків однієї розмірності $q_0 = \sum_{i=1}^n a_i q_i$, де q_i – часткові критерії; a_i – коефіцієнти.

Суперкритерій у мультиплікативній формі – це добуток часткових критеріїв $q_0 = \prod_{i=1}^n a_i q_i$.

Виходячи з наведених вище понять можна зробити висновок, що оптимізація за заданим критерієм можлива лише у тому випадку, коли множини можливих рішень перетинаються. Це призводить до

необхідності введення поняття *області припустимих рішень*. *Область припустимих рішень (ОПР)* – множина, яка є результатом перетину двох або більше множин, в яких знаходяться рішення даного завдання. Саме в ОПР знаходиться рішення завдання оптимізації.

Для оптимізації процесів у системі при взаємодії з іншими системами часто використовують *методи теорії ігор*. *Теорія ігор* – це математична теорія конфліктів. Метою теорії ігор є розробка рекомендацій для розумного поведіння гравців у конфліктній ситуації, тобто визначення оптимальної стратегії для кожного з них (наприклад, стратегія поведіння залізничного та автомобільного транспорту на транспортному ринку). Ігри бувають антагоністичними і компромісними. Оптимальною стратегією гравця називають таку стратегію, яка при багаторазовому повторенні гри забезпечує даному гравцеві максимально можливий середній виграш. Розрахунки у грі ведуть за таким принципом: сторона А одержує найкращий результат при найгірших діях сторони В.

3 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ НА ОСНОВІ МОДЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

З метою оптимізації структури та процесу функціонування системи доцільно використовувати моделі математичного програмування, які за своїми функціональними ознаками складаються з *цільової функції (критерій оптимізації)* та відповідної системи обмежень, що враховує технічні, технологічні, правові та інші умови.

У першому наближенні, коли цільову функцію та систему обмежень можливо подати у вигляді лінійних залежностей, виникає задача лінійного програмування, стандартним виглядом якої є

$$C = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \Rightarrow \max \text{ — цільова функція;}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{cases} \text{ —}$$

система обмежень;

$$x_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n}; \quad c_i, a_{ij} \text{ — коефіцієнти; } i = \overline{1, m}; \quad x_j \text{ — невідомі змінні.}$$

Матричний вигляд моделі такий:

$$\begin{aligned} \max \langle C, X \rangle \\ AX \leq b, \quad x_{ij} \geq 0, \end{aligned}$$

де $X = (x_1, x_2 \dots x_n)$; $C = (c_1, c_2 \dots c_n)$; $B = (b_1, b_2 \dots b_m)$;

$A = (a_{ij})$ – матриця коефіцієнтів;

$\langle C, X \rangle$ – скалярний добуток вектора X та вектора C .

Для вирішення цього завдання використовують *симплекс-метод*. Якщо система рівнянь та обмежень сумісна, а область припустимих рішень замкнута, то завдання має, як правило, єдине рішення.

У випадку, коли невідомі x_j можуть приймати тільки цілі значення, тобто система функціонує у дискретному фазовому просторі, виникає завдання лінійного цілочисельного програмування:

$$\begin{aligned} \max \langle C, X \rangle \\ AX \leq B \\ x_{ij} \geq 0, \quad x_{ij} - \text{цілі} \end{aligned}$$

Зокрема такі завдання є актуальними при виборі варіантів структури системи (проекту), а також у плануванні та управлінні, якщо для всієї сукупності можливих проектів існують спільні обмеження по ресурсах. У задачах вибору варіантів змінні можуть приймати тільки одне з двох значень: $x = 1$ або $x = 0$. Значення $x_j = 1$ означає, що проект з номером j включаємо до плану, а $x_j = 0$ – що проект з номером j відкидаємо. Як приклад розглянемо завдання вибору оптимальних варіантів розміщення та спеціалізації системи підприємств окремої галузі промисловості, що зводиться до такої моделі лінійного цілочисельного програмування:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{m_k} c_{jk} x_{jk} \Rightarrow \min$$

при обмеженнях:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{m_k} a_{jk}^i x_{jk} \geq b^i, \quad i = \overline{1, L};$$

$$\sum_{j=1}^{m_k} x_{jk} \leq 1, \quad k = \overline{1, N}$$

$$x_{jk} = \begin{cases} 0 \\ 1, j = \overline{1, m_k}, k = \overline{1, N}, \end{cases}$$

де k – номер підприємства;

j – номер варіанта його будівництва або реконструкції;

m_k – кількість варіантів будівництва або реконструкції підприємства;

i – вид продукції, що виробляється;

a_{jk}^i – обсяг випуску i -го виду продукції на k -му підприємстві при j -му варіанті;

b^i – потреба в i -му виді продукції;

c_{jk} – приведені витрати, що відповідають j -му варіанту розвитку k -го підприємства.

$x_{jk} = 1$ означає, що для k -го підприємства обирається j -й варіант.

Процедура вирішення задач цілочисельного програмування значно складніша за процедуру вирішення завдань лінійного програмування, що обумовлено дискретним характером множини припустимих рішень. Існує ряд методів для вирішення завдань цього класу.

Перша група методів – це методи відсічення (зокрема, метод Гоморі), що являють собою послідовність розширених завдань лінійного програмування з додатковими обмеженнями у вигляді гіперплощин, які відсікають нецілочисельні рішення. Ці методи характеризуються значною трудоємністю.

Друга група – це методи комбінаторного аналізу, що подані операцій відбирання підмножин та упорядкованості елементів. Найбільш ефективним з них є метод гілок та границь.

Третя група – наближені методи, які мають найбільш практичне значення, але прив'язані до специфіки завдань. Ці методи умовно підрозділяють на евристичні методи та методи випадкового пошуку.

Якщо при оптимізації структури та процесу функціонування

системи неможливо знехтувати нелінійностями в цільовій функції та в системах обмежень, для дослідження системи доцільно використовувати моделі нелінійного програмування. Зокрема ці моделі більш адекватно описують функціонування транспортної системи в умовах коливань на ринку транспортних послуг та наявності конкурентного середовища.

При формуванні логістичних систем, які включають такі підсистеми, як підприємство – виробник матеріального потоку, транспортні компанії, що реалізують принципи «точно в строк» та «від дверей до дверей», підприємство – споживач та ін., виникає завдання оптимізації технічних і технологічних параметрів елементів системи. Ці завдання вирішують шляхом максимізації синергетичного ефекту логістичної системи. При цьому критерієм оптимізації, як правило, виступає нелінійна адитивна цільова функція, яка являє собою сумарні експлуатаційні витрати по кожній ланці логістичного ланцюга, що припадають на одиницю матеріального потоку, а системою обмежень виступають нормативні, технічні, технологічні та правові умови. Тобто формально вирішують завдання *нелінійного програмування*.

Завдання нелінійного програмування виникають тоді, коли або цільова функція, або система обмежень, або разом цільова функція і система обмежень є *нелінійними*. Формально ці завдання мають такий вигляд:

$$F(X) = F(x_1, x_2 \dots x_n) \Rightarrow \max - \text{нелінійна}$$

при обмеженнях:

$$f_i(X) = f_i(x_1, x_2 \dots x_n) \geq 0$$

$$x_j \geq 0; j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m}.$$

Наявність нелінійностей значно ускладнює вирішення завдань цього класу в порівнянні із завданнями лінійного програмування. Так, нелінійність у системі обмежень призводить до того, що область припустимих рішень може бути неопуклою та мати нескінченну множину кутових точок. Нелінійна цільова функція $F(X)$ може досягати свого екстремуму не тільки на границі області

припустимих рішень, але й усередині неї та мати декілька локальних екстремумів.

Ці особливості обумовлюють те, що завдання нелінійного програмування не мають загальних методів вирішення аналогічних сімплекс-методу для завдань лінійного програмування. Але існує цілий ряд приватних методів для вирішення такого типу завдань.

Якщо цільова функція подана як поліном другого ступеня, а система обмежень є лінійною, то виникає завдання квадратичного програмування, яке має процедуру рішення, що завжди сходиться. В інших випадках можливо використовувати аналітичний метод множників Лагранжа або чисельні методи.

Метод множників Лагранжа є найбільш потужним класичним методом для вирішення завдань нелінійного програмування, але він має обмежену область застосування, бо потребує наявності таких умов: система обмежень повинна бути подана у вигляді рівностей $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_i$; відсутня умова $x_j \geq 0$; $j = \overline{1, n}$; функції $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ та $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ повинні бути неперервними разом зі своїми частковими похідними. Для вирішення вводять набір змінних $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, які називають множниками Лагранжа. Складають функцію Лагранжа вигляду

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i (b_i - f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)).$$

Далі знаходять часткові похідні $\frac{\partial G}{\partial x_j}, (j = \overline{1, n})$ та $\frac{\partial G}{\partial \lambda_i}, (i = \overline{1, m})$ і розв'язують систему з $n+m$ рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial x_j} = \frac{\partial F}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial f_i(x_j)}{\partial x_j} = 0; \\ \frac{\partial G}{\partial \lambda_j} = b_j - f_j(x_j) = 0. \end{cases}$$

Серед рішень системи рівнянь знаходять точку, в якій $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ досягає свого екстремуму.

Чисельні методи (*релаксації, градієнту, найшвидшого підйому*) дозволяють знайти оптимальне рішення завдання із заданою похибкою. Ці методи можуть бути реалізовані в середовищі MathCAD або Matlab.

Якщо система за обумовленістю взаємодії є стохастичною, то для її оптимізації використовують моделі стохастичного програмування. Задача стохастичного програмування виникає тоді,

коли параметри або змінні в цільовій функції або в системі обмежень носять невизначений (імовірнісний) характер і подані у вигляді функціями розподілу, щільностей розподілу або функцій приналежності. Цей клас завдань вирішують виключно чисельними методами на ПЕОМ, а результати подають у вигляді поверхні відгуку.

4 МОДЕЛІ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

З метою дослідження і подальшого удосконалення структури та технології функціонування динамічних систем існує можливість використання моделей на основі апарату теорії масового обслуговування (ТМО). Характерною рисою цих систем є: наявність потоку заявок, що надходить ззовні; перетворення цього потоку відповідно до діючого технологічного процесу в системі та вихідного потоку заявок. Зокрема такими динамічними системами є транспортні системи, які обслуговують потоки вантажів, пасажирів, вагонів, поїздів, автомобілів (станції, вокзали, термінали, автотранспортні підприємства та ін.).

Відповідно до термінології ТМО одиницю потоку називають *заявкою*, а обслуговуючий пристрій – *каналом*. Таким чином у системі масового обслуговування (СМО) вхідний потік заявок перетворюється в існуючій структурі та трансформується у вихідний потік.

Формування моделі СМО складається з двох підзавдань: формалізації структурного перетворення та дослідження структури і параметрів вхідного потоку та потоку обслуговування.

Враховуючи, що реальні системи є достатньо різноманітними, необхідно класифікувати ознаки, які б дозволили досліджувати їх з єдиних методологічних позицій, тобто сформувані відповідне

структурне перетворення.

Першою ознакою класифікації СМО є поведінка заявки у випадку, коли всі канали зайнято. За цією ознакою СМО поділяють на *системи з відмовами* та *системи з очікуванням*. У першому випадку, коли СМО зайнята, заявка покидає систему без обслуговування. У другому випадку заявка стає у чергу та очікує початку обслуговування. Серед СМО з очікуванням розрізняють системи з чистим очікуванням та змішані системи з обмеженням на довжину черги або час очікування.

За *другою ознакою* СМО поділяють на системи з *необмеженим вхідним потоком* та системи з *обмеженим потоком заявок*.

Третьою важливою ознакою класифікації є дисципліна обслуговування. Це спосіб, за яким при звільненні каналу заявка обирається із черги та стає на обслуговування. За цією ознакою СМО поділяють на системи з *пріоритетом* та *без пріоритетів*. У СМО з пріоритетом проводять попередню класифікацію заявок, тобто їм надають різні ступені пріоритету. СМО можуть бути з *відносним* або *абсолютним* пріоритетом. Системи, в яких обслуговування, що почалося, не переривається до його закінчення, називають системами з відносним пріоритетом. Якщо обслуговування заявки може перериватися при надходженні заявки з пріоритетом, то такі системи називають системами з абсолютним пріоритетом.

Четвертою ознакою класифікації можна вважати наявність фаз при обслуговуванні. Якщо весь процес обслуговування заявки виконують одним пристроєм, то СМО є *однофазною*. Якщо обслуговування виконують послідовною низкою різних пристроїв, тобто воно складається з декількох фаз, то СМО є *багатофазною*.

Спираючись на вищенаведену класифікацію СМО, для системи, що досліджується, формується модель з відповідним структурним перетворенням.

Наступною підзадачею є визначення структури та параметрів вхідного потоку заявок і потоку обслуговувань. Потоки за своєю структурою поділяють на *регулярні* та *нерегулярні*. У регулярному потоці час між надходженням двох сусідніх заявок та час обслуговування є постійним. Прикладом такого потоку може бути конвеєр. Реальні потоки, як правило, є нерегулярними (випадковими) та описуються різними законами розподілу імовірностей. Більшість результатів у ТМО отримано для систем, в

яких потоки заявок є найпростішими (пуасонівськими).

Найпростішим є потік, якому притаманні три основні властивості: *ординарність*, *стаціонарність* та *відсутність післядії* (*ергодичність*). Потік є *ординарним*, якщо імовірність $P_{>1}(\Delta t)$ того, що за малий проміжок часу Δt надійде більше однієї заявки, є величиною, близькою до нуля. Тобто $P_{>1}(\Delta t) \approx 0$.

Стаціонарним є потік заявок, для якого імовірність наявності k заявок на інтервалі часу Δt залежить тільки від довжини проміжку Δt та не залежить від його розташування на осі часу або інакше, коли імовірнісні характеристики стаціонарного потоку не змінюються у часі, тобто є постійними. Зокрема існує такий параметр вхідного потоку, як інтенсивність λ . Він дорівнює кількості заявок, що надходять за одиницю часу, і є постійним, $\lambda = \text{const}$.

Потік заявок є потоком з *відсутністю післядії* (*ергодичним*), якщо для будь-яких проміжків часу, що не перетинаються, кількість заявок, які надходять до системи на одному з інтервалів, не залежить від кількості заявок, що надійшли за інший інтервал часу. Іншими словами, майбутній розвиток процесу надходження заявок не залежить від того, як цей процес проходив у минулому.

Для дослідження структури вхідного потоку використовують попередньо зібрані масиви статистичних даних. При цьому можливі два підходи, а саме досліджують масив дискретних випадкових величин, що представляють собою кількість вимог k , які розподілено за інтервалами часу t , або масив неперервних випадкових величин, що являють собою проміжки часу між надходженням у СМО двох сусідніх заявок. Математично доведено, що найпростіший потік у випадку дослідження дискретних випадкових величин підпорядкований закону Пуасона

$$P_{k(t)} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

де $P_{k(t)}$ – імовірність того, що за довільний інтервал часу t надійде саме k вимог.

У випадку дослідження неперервних випадкових величин найпростіший потік описується функцією розподілу

$$F(t) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda \cdot t), & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

щільність якого

$$f(t) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda \cdot t), & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Процедура дослідження вхідного потоку в цьому випадку складається з таких кроків: будують гістограму розподілу, висувають гіпотезу щодо вигляду щільності розподілу $f(t)$ та перевіряють за допомогою відомих критеріїв узгодженості χ^2 Пірсона або Колмогорова–Смірнова.

При дослідженні структури потоку обслуговування вихідними даними є масиви неперервних величин, що представляють собою час обслуговування заявок в СМО. Найбільш розповсюдженим в ТМО є експоненційний закон розподілу часу обслуговування:

$$F(t) = \begin{cases} 1 - \exp(-\mu t), & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (3)$$

де μ – інтенсивність обслуговування, $\mu = \frac{1}{\bar{t}_{\text{обсл}}}$;

$\bar{t}_{\text{обсл}}$ – середній час обслуговування заявки в СМО, одиниця часу.

Відповідно щільність розподілу $f(t) = \begin{cases} \mu \exp(-\mu t), & \text{при } t \geq 0; \\ 0, & \text{при } t < 0. \end{cases}$

У реальних СМО час обслуговування заявок може бути підпорядкованим закону Ерланга із щільністю

$$E_n = \frac{(n \cdot \mu)^n t^{n-1} \cdot \exp(-n \mu t)}{(n-1)!}, \quad (4)$$

де n – порядок потоку Ерланга, n – ціле число.

При $n = 1$ потік Ерланга трансформується в експоненційний закон. Процедура дослідження потоку обслуговування аналогічна процедурі дослідження вхідного потоку.

В ТМО доведено таке твердження: якщо вхідний потік є найпростішим, а потік обслуговування підпорядкований експоненційному закону розподілу, то процес, який проходить у системі, буде марківським, тобто процесом без післядії. У цьому

випадку процедура дослідження системи значно спрощена. А саме, на основі графа станів СМО формують систему диференціальних рівнянь Колмогорова відносно імовірностей станів. У граничному випадку вона зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, рішення якої дозволяє визначити основні характеристики ефективності СМО через параметри системи та параметри потоків заявок λ і μ .

Показники ефективності дозволяють оцінити якість функціонування системи та виявити можливість її подальшого удосконалення. Сукупність характеристик ефективності залежить від типу СМО. Для СМО з відмовами основними характеристиками є: імовірність відмови в обслуговуванні $P_{\text{відм.}}$; кількість каналів, що простоюють, N_n ; економічні витрати і т. ін.

$$C_1 = (C_k \cdot N_n + C_B \cdot P_{\text{відм.}} \cdot \lambda) \cdot T, \quad (5)$$

де C_k – вартість одиниці часу простою каналу, одиниця вартості;

C_B – величина збитків, пов'язаних з виходом однієї заявки з системи, одиниця часу;

T – період часу спостереження, одиниця часу.

Для СМО з очікуванням сукупність показників ефективності така: середня довжина черги заявок M_1 ; середній час очікування початку обслуговування однією заявкою $T_{\text{оч}}$; кількість заявок у системі під обслуговуванням та в очікуванні M_2 ; середня кількість зайнятих каналів N_3 ; середня кількість каналів, що простоюють, N_n ; пропускна спроможність системи A .

Для СМО з чистим очікуванням економічні витрати дорівнюють

$$C_2 = (C_{\text{оч}} \cdot M_1 + C_k \cdot N_n) \cdot T, \quad (6)$$

де $C_{\text{оч}}$ – витрати, що пов'язані із простоюванням заявки у черзі, одиниця вартості.

Для СМО з обмеженням на очікування економічні витрати дорівнюють

$$C_3 = (C_{\text{оч}} \cdot M_1 + C_k \cdot N_n + C_B \cdot P_{\text{відм.}\lambda}) \cdot T. \quad (7)$$

При вирішенні завдань оптимізації структури системи в частині визначення оптимальної кількості каналів N економічні витрати виступають як цільова функція, що має екстремум типу мінімум.

5 МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Загальна структура процесу прийняття рішень. *Прийняття рішень* – це дія над множиною альтернатив, у результаті якої утворюється підмножина обраних альтернатив. *Процедура прийняття рішень* включає такі етапи або фази: *ініціативу, опис проблеми, аналіз ситуації, постановку завдання, аналіз наявної інформації, розробку альтернатив, дискретизацію та комбінування зовнішніх умов та варіантів рішення, перевірку результатів, оформлення рішення.*

Розглянемо деякі з етапів більш детально.

Ініціатива може бути зовнішньою або внутрішньою (власною), коли на основі власних спостережень приходять до переконання про необхідність знайти раціональний спосіб досягнення поставленої мети.

Якщо проблема відома, то немає необхідності її *описувати* докладно. У цьому випадку рішення відбувається за схемою: ініціатива, ознайомлення із завданням або проблемою, порівняння із аналогічними рішеннями завдання, визначення раціональних варіантів. Для складних або нових завдань необхідно точно і докладно поставити завдання.

Дискретизація (виділення) варіантів рішення може бути *природною* та *штучною*. При штучній дискретизації досить надійним є *ітераційний* метод, відповідно до якого спочатку проводять грубе виділення і формують рішення у першому наближенні. Потім біля наближеного рішення формують більш детальні альтернативи та з більшою точністю наближаються до оптимального рішення.

При *дискретизації параметрів зовнішніх умов* використовують їхні середні та граничні значення. Якщо можливі стани параметра подані у вигляді множини значень, то діапазон зміни параметра ділять рівномірно на частини та беруть середини часткових інтервалів.

Для того щоб зробити розумний вибір між різними варіантами

рішень, необхідно оцінити їх наслідки. Наслідки рішення оцінюють за допомогою різних шкал корисності: *номінальної, впорядкованості, інтервальної, масштабної та ін.*

За допомогою *номінальної шкали* множину наслідків ділять на підмножини, тобто роблять класифікацію наслідків. *Шкали впорядкованості* встановлюють за допомогою твердих відносин між підмножинами, на які розбивають результати рішення. Відносини формулюють у формі аксіом *лінійності, транзитивності та рефлексивності*. Відповідно до аксіоми лінійності для двох результатів робимо висновок:

- 1) e_1 не гірше e_2 ;
- 2) e_2 не гірше e_1 ;
- 3) e_1 та e_2 рівноцінні.

Аксіома рефлексивності полягає у такому: $e_1=e_2$; аксіома транзитивності: якщо $e_1 \leq e_2$ та $e_2 \leq e_3$, то $e_1 \leq e_3$.

Множина, на якій визначено відношення порядку (лінійності, рефлексивності, транзитивності) називається *впорядкованою*, а сам порядок – *уведений* цим відношенням.

Інтервальні шкали оперують з різницями результатів та встановлюють, чи різниця e_1-e_2 однакова, більша або менша, ніж різниця e_2-e_3 .

У *масштабній* шкалі використовують відношення $\frac{e_i}{e_j}$ для відповідних наслідків.

Мова опису вибору. Для опису вибору використовують три основні мови (підходи): *критеріальну, бінарних відносин, функцій вибору*.

При використанні критеріального підходу вибір розглядаємо як пошук варіанта на множині припустимих варіантів, що максимізує деякий критерій. Нехай кожен варіант $E_i \in E$ однозначно визначається деяким результатом e_i . Цей результат припускає кількісну оцінку. Метою прийняття рішень є досягнення максимального значення e_i (наприклад, *корисність, надійність, прибуток*). Формально такий критеріальний підхід при виборі оптимального варіанта записують $E_o = \{E_{i_o} | E_{i_o} \in E \wedge e_{i_o} = \max e_i\}$ та читають так: *множина оптимальних варіантів складається з тих варіантів E_{i_o} ,*

що належать множині E всіх можливих варіантів, і оцінка яких e_{i0} максимальна серед всіх оцінок e_i ; \wedge – логічне «і».

У більш складних випадках кожному припустимому варіанту рішення E_i можуть відповідати різні зовнішні умови F_j і відповідні результати рішення e_{ij} . Під результатом e_{ij} розуміють оцінку, що відповідає варіанту E_i та умовам F_j .

Множину рішень при різних зовнішніх умовах, що отримано внаслідок їх дискретизації, подають у формі таблиці – матриці рішень (таблиця 1).

Таблиця 1 – Матриця рішень

E	F	F ₁	F ₂	F ₃	...	F _j	...	F _n
E ₁		e ₁₁	e ₁₂	e ₁₃		e _{1j}		e _{1n}
E ₂		e ₂₁	e ₂₂	e ₂₃		e _{2j}		e _{2n}
E ₃		e ₃₁	e ₃₂	e ₃₃		e _{3j}		e _{3n}
...								
E _i		e _{i1}	e _{i2}	e _{i3}		e _{ij}		e _{in}
...								
E _m		e _{m1}	e _{m2}	e _{m3}		e _{mj}		e _{mn}

Для ухвалення однозначного рішення вводять *оцінні цільові функції*. Кожному варіанту E_i приписують деякий результат e_{ir} , що характеризує всі наслідки цього рішення.

Особа, що приймає рішення у відповідній ситуації, може обирати такі позиції залежно від очікуваного результату:

оптимістична позиція

$$\max_i e_{ir} = \max_i (\max_j e_{ij}); \quad (8)$$

песимістична позиція

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\min_j e_{ij} \right); \quad (9)$$

компроміс між оптимістичним і песимістичним підходами

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\min_j e_{ij} + \max_j e_{ij} \right); \quad (10)$$

позиція нейтралітету

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij} \right); \quad (11)$$

позиція відносного песимізму

$$\max_i e_{ir} = \min_i \max_j \left(\max_j e_{ij} - e_{ij} \right). \quad (12)$$

Класичними критеріями прийняття рішення є *мінімакський* критерій (ММ-критерій); *критерій Байєса–Лапласа* (BL-критерій); *критерій Севіджа* (S-критерій).

У мінімакському критерії (ММ) використовують песимістичну оцінну функцію

$$Z_{\text{мм}} = \max_i e_{ir} \text{ та } e_{ir} = \min_j e_{ij}. \quad (13)$$

Множини оптимальних варіантів рішення знаходять за співвідношенням $E_o = \{E_{io} | E_{io} \in E \wedge e_{io} = \max_i \min_j e_{ij}\}$.

Процедура вибору рішення за ММ-критерієм сформульована так: матрицю рішень $\|e_{ji}\|$ доповнюють ще одним стовпцем з найменшими результатами кожного рядка. Обирають ті варіанти E_{io} , у рядках яких знаходяться найбільші значення e_{ir} цього стовпця. Використання ММ-критерію виправдано у таких ситуаціях: коли нічого не відомо про можливість появи зовнішніх умов F_j ; коли рішення реалізується тільки один раз; коли необхідно виключити будь-який ризик, тобто при жодних умовах не припустимо одержання результату меншого, ніж $\max_i e_{ir}$, при цьому $e_{ir} = \min_j e_{ij}$.

Критерій Байєса–Лапласа (BL) враховує імовірність q_j появи зовнішньої умови F_j . Оцінна функція для BL – критерію та множина оптимальних варіантів рішення має вигляд

$$Z_{BL} = \max_j e_{ir}, \text{ при } e_{ir} = \sum_{j=1}^n e_{ij} q_j;$$

$$E_o = \left\{ E_{io} \mid E_{io} \in E \wedge e_{io} = \max_j \sum_{j=1}^n e_{ij} q_j \wedge \sum_{j=1}^n q_{j=1} \right\}. \quad (14)$$

Процедура вибору є аналогічною вищевказаній.

Критерій Севіджа використовує позицію відносного песимізму.

За допомогою значень $a_{ij} = \max_i e_{ij} - e_{ij}$ і $e_{ir} = \max_j a_{ij} = \max_j (\max_i e_{ij} - e_{ij})$ формують оцінну функцію Севіджа

$$Z_o = \min_i e_{ir} = \min_i \left[\max_j (\max_i e_{ij} - e_{ij}) \right] \quad (15)$$

і будують множину оптимальних варіантів рішення

$$E_o = \{ E_{io} \mid E_{io} \in E \wedge e_{ie} = \min_i e_{ir} \}. \quad (16)$$

Правило вибору за критерієм Севіджа сформульоване так: кожен елемент матриці рішень $\|r_{ji}\|$ віднімається від найбільшого результату $\max_i e_{ij}$ відповідного стовпця. Різниці a_{ij} утворюють матрицю $\|r_{ji}\|$. Цю матрицю доповнюють стовпцем найбільших різниць e_{ir} . Обирають ті варіанти E_{io} , у рядках яких знаходиться найменше для цього стовпця значення.

У процесі прийняття рішень класичні критерії використовують по черзі. Після цього серед декількох відібраних оптимальних варіантів вольовим способом вибирають остаточне рішення.

Крім цього існує цілий ряд гнучких критеріїв, які враховують характеристики початкової інформації та можливість ризику при помилковому рішенні.

Більш загальною у порівнянні із критеріальною мовою є мова *бінарних відносин*. Бінарні відносини – це відносини між двома

множинами, які встановлюють відповідність елементів однієї множини X елементам іншої множини Y . Таке відношення може бути задано деякою сукупністю *впорядкованих пар* (x, y) , які є елементами множини $X \times Y$. Бінарне відношення між x та y позначають: $x R y$, де R – відношення.

Основні положення мови відносин:

- 1) окремі альтернативи не оцінюють, тобто критеріальні функції не вводять;
- 2) для кожної пари альтернатив (x, y) можна встановити, що одне з рішень (альтернатив) *переважає* над іншим або вони *рівноцінні*, або *непорівнянні*;
- 3) відношення переваги всередині якої-небудь пари (x, y) не залежить від інших альтернатив, поданих для вибору.

Основними засобами задання бінарних відносин є: безпосереднє перерахування пар альтернатив, між якими існує бінарне відношення; матричний спосіб задання переваг; задання графа переваг (рисунок 1). Ребра цього графа спрямовані у бік альтернативи, що гірша ніж інша. Вершини графа, з яких ребра тільки виходять є найкращими альтернативами.

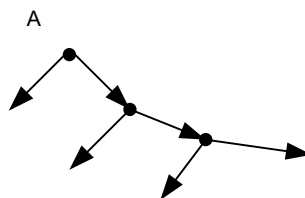


Рисунок 1 – Орієнтований граф переваг

Перевагу однієї альтернативи над іншою задають за допомогою відношень *еквівалентності*, *порядку* та *домінування*.

Відношення *еквівалентності* – це відношення R на множині X . Воно може бути *рефлексивне* ($x R x$ для кожного $x \in X$); *симетричне* $R = R^{-1}$, тобто при виконанні співвідношення $x R y$ виконується співвідношення $y R x$, наприклад: відстань між двома точками); *транзитивне*, якщо для всіх $x, y, z \in X$ виконується $x R y$ та

$$y R z \Rightarrow x R z.$$

Відношення *порядку* ділять на *суворе* та *несуворе*. Відношенню *несуворого порядку* притаманні *рефлексивність*, *симетричність* (обидва співвідношення $x R y$ та $y R x$, виконуються одночасно тільки тоді, коли $x=y$ (несувора нерівність \leq)) і *транзитивність*. Відношенню *суворого порядку* притаманні *антирефлексивність* (виконується тільки для непорівнянних об'єктів (альтернатив): з $x R y$ треба $x \neq y$); *асиметричність* (з двох співвідношень $x R y$ та $y R x$ щонайменше одне не виконується, тобто це суворе включення, якщо співвідношення асиметричне, то воно й антирефлексивне) і *транзитивність*.

Відношенням *домінування* називають антирефлексивне та асиметричне відношення.

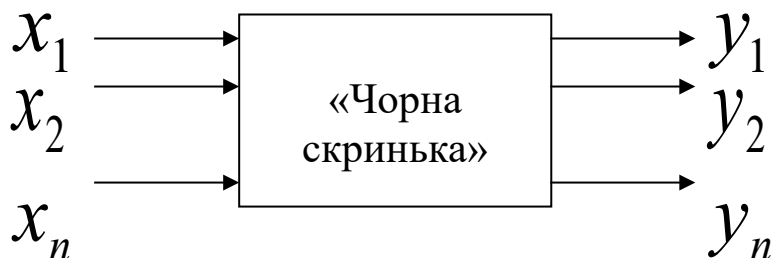
Мова функцій вибору описує вибір як операцію над довільною множиною альтернатив X , що ставить у відповідність цій множині деяку підмножину $Z(X)$. Функцію вибору формулюють через сукупність аксіом. Наприклад: *аксіоми спадковості* – альтернативи порівнюємо не поелементно, а множинами.

Процес проведення експерименту як передумова прийняття рішень в умовах невизначеності. Більшість наукових досліджень пов'язані з експериментом. Він може бути проведений у лабораторіях, на виробництві і т.п. Експеримент може бути різного типу: фізичний, психологічний, модельний і т. ін.

Під *експериментом* розуміють сукупність дій, до яких слід звертатися, щоб розширити коло знань про досліджувану систему.

Кажучи про об'єкт дослідження, зручно використовувати уявлення про кібернетичну систему (рисунок 2).

Рисунок 2 – Схема кібернетичної системи «чорна скринька»



При проведенні експерименту в рамках системи залізничного транспорту важливо розрізняти, як саме отримано дані для подальшого дослідження. Існує два основні шляхи отримання цих

даних: 1) обробка первинних форм звітної документації; 2) безпосереднє спостереження за досліджуваним процесом із виконанням замірів.

Важливим чинником *адекватності* отриманих результатів є *репрезентативність* статистичної вибірки. З метою підвищення точності таких досліджень обсяг вибірки повинен бути значним, тобто $n > 400$.

У теорії експерименту виділяють процес *планування експерименту*. При цьому важливо таке: 1) прагнення до мінімізації загальної кількості дослідів; 2) одночасне варіювання всіма змінними, які є визначальними для досліджуваного нами процесу; 3) використання математичного апарату, що формалізує більшість дій експериментатора; 4) вибір чіткої стратегії, що дозволяє приймати обґрунтовані рішення.

Важливим поняттям є *невизначеність* у системі — ситуація, коли повністю або частково відсутня інформація про можливі стани системи і зовнішнього середовища. Інакше кажучи, коли в системі можливі ті або інші непередбачувані події (імовірнісні характеристики яких не існують або невідомі). Це ознака великих (складних) систем: чим складніше система, тим більшого значення набуває чинник невизначеності в її поведінці (розвитку).

У цьому випадку для прийняття рішень використовують два підходи: статистичний та нечіткої логіки. В умовах *статистичної невизначеності* необхідно мати репрезентативну вибірку величини X для системи, що описується законом розподілу $f(x)$. Для ухвалення рішення про управління системою порівнюють конкуруючі гіпотези H_0 і H_1 у вигляді відносин умовних функцій розподілу: $f(x_1, x_2, \dots, x_n / H_1) / f(x_1, x_2, \dots, x_n / H_0)$. Якщо це відношення перевищує заданий поріг, то обирають гіпотезу H_1 , якщо ні — гіпотезу H_0 . Гіпотези H_i характеризують множину можливих зовнішніх факторів.

Для опису альтернатив і правил їхнього порівняння в умовах невизначеності використовують понятійний апарат теорії нечітких множин, запропонований Заде. Нечітка множина A складається з невизначеної кількості елементів x . Ознаки, за якими елементи включають до нечіткої множини, не дозволяють однозначно відокремити всі елементи, які входять до неї, від елементів, які не належать цій множині. Важливим поняттям теорії нечітких множин є функція приналежності $\mu_A(x)$. Ця функція виражає ступінь

приналежності елемента x нечіткій множині A та змінюється у межах $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$. Для визначення вигляду функції $\mu_A(x)$ існує декілька підходів:

- 1) *евристичний підхід*, при якому суб'єкт прийняття рівень сам визначає ступінь приналежності;
- 2) *статистичний підхід*, при якому $\mu_A(x)$ визначають усередненням функцій, які задаються різними експертами;
- 3) *часткове задання $\mu_A(x)$* , при якому $\mu_A(x)$ задають комбіновано: із урахуванням відомих виглядів (на основі прикладів) та на підставі власних досліджень;
- 4) *інтервальне визначення песимістичної та оптимістичної границь для $\mu_A(x)$* .

У загальному вигляді процес прийняття рішень в умовах невизначеності полягає у такому: і ціль, і обмеження представляють у вигляді нечітких множин на множині альтернатив.

Для випадку однієї цілі та одного обмеження це відповідає заданню множини $G\{x, \mu_G(x)\}$ – множина цілей, та $C = \{x, \mu_C(x)\}$ – множина обмежень. Наступний крок полягає у визначенні нечіткого рішення D , яке є результатом перетину нечіткої цілі G і нечіткого обмеження C , тобто $\mu_D(x) = \min[\mu_G(x), \mu_C(x)]$. Якщо з нечіткої множини D необхідно виділити будь-яку одну альтернативу, то для цього треба максимізувати $\mu_D(x)$

$$X^* = \arg \max_{x \in X} \mu_D(x). \quad (17)$$

Одним з методів прийняття рішень є груповий або експертний метод. Він полягає у прийнятті рішень шляхом узагальнення думок експертів і є досить розповсюдженим. Одним з найбільш популярних засобів колективного вибору є *голосування*: приймається альтернатива, що має більшість голосів. Недоліком цього методу є те, що він тільки узагальнює індивідуальні переваги, але його результат не є критерієм істини, тому що цей метод не враховує ступінь компетентності кожного голосуючого. Якщо експерти оцінюють альтернативи в числових шкалах, то для вираження

загальної думки використовують вибіркоче середнє $R = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j(x_i)$, де $q_j(x_i)$ – оцінка i -ї альтернативи j - експертом; n – кількість експертів.

Якщо група експертів неоднорідна за кваліфікацією, то компетентність експерта враховують за допомогою коефіцієнта (ваги) $0 \leq a_{ij} \leq 1$. Тоді результатом рішення є $R = \sum_j a_j q_j(x_i)$.

6 УПРАВЛІННЯ СИСТЕМОЮ

Під *управлінням* розуміють сукупність дій, спрямованих на підтримку та підвищення ефективності функціонування об'єкта, яким управляють відповідно до мети і *програми управління*. Управління відбувається через реалізацію комплексу заходів: *політичних, соціальних, юридичних, економічних* та ін. Теорію управління почали розробляти в рамках кібернетики. Управління системою вимагає її цілеспрямованої поведінки в умовах, що змінюються. Це досягається відповідною організацією системи, під якою розуміють її структуру та спосіб функціонування.

Якщо організація системи однозначно визначена при її створенні, то управління нею зводиться до забезпечення розрахункових значень її змінних при відхиленні зовнішніх умов і параметрів системи від розрахункових. В інших випадках, коли компоненти системи та засоби їхнього об'єднання обирають залежно від класу завдань, що вирішують, то вибір структури та способу функціонування системи є завданням управління.

При формуванні системи її елементи, якими управляють, поєднуються у частину, що називають об'єктом управління (ОУ). Сукупність елементів, які управляють, утворюють управляючу систему (УС). Обидві частини взаємодіють за допомогою кінцевої кількості інформаційних зв'язків. Необхідна поведінка системи досягається управлінням її входами X або незалежними від входів координатами стану Q , тобто *параметрами системи*, або спільно тим та іншим.

Процес управління складається із двох пов'язаних етапів:

Перший етап – розробка програми (плану), що визначає необхідне поведіння ОУ.

Другий етап – реалізація програми, що називають *регулюванням* або *оперативним управлінням*.

Чітке розмежування функцій планування і регулювання не завжди можливо. Чим менше об'єкт управління і більше динамічна ситуація, тим тісніше переплітаються ці функції.

Управління динамічною системою, що підпадає під змінний вплив зовнішнього середовища, пов'язане з необхідністю використання великого обсягу інформації. Тому структуру УС будують за ієрархічним принципом. У раціонально організованій ієрархічній управляючій системі (УС) виконуються положення щодо ієрархічних систем.

Розробка програми управління, якою б детальною вона не була, охоплює тільки основні фактори, що впливають на поведінку об'єкта. Програма (план) тільки відображає деякі ідеалізовані умови та обмеження, пов'язані з реалізацією програми. Тобто програма завжди базується на математичному трактуванні зв'язків між показниками (на математичній моделі). Без відповідної математичної моделі попередній розрахунок неможливий.

При регулюванні доводиться враховувати безліч факторів і зв'язків між ними, які заздалегідь у математичній моделі неможливо врахувати. Тому вирішальне значення при регулюванні має принцип розробки керуючого впливу на відхилення фактичного значення величини, якою управляють, від її розрахункового (нормативного) значення незалежно від причин, що викликали це відхилення. Практична реалізація цього принципу відбувається за допомогою зворотного зв'язку.

Розрізняють три типи основних регулювальних завдань: *стабілізація, програмне регулювання, спостереження*.

Мета *стабілізації* – підтримка заданого постійного значення вихідної величини об'єкта регулювання. Стабілізацію виконують за допомогою *регулятора*.

Програмне регулювання забезпечує зміну вихідної змінної ОУ відповідно до заданої програми.

Завданням регулювання є реалізація цієї програми при наявності різних перешкод. Тобто *стабілізація* – це окремий випадок програмного регулювання.

Спостереження відрізняється тим, що програму не розраховують заздалегідь, а визначають поведінкою об'єкта, за яким

спостерігають.

Наявності зворотного зв'язку не завжди достатньо для забезпечення стійкого управління. *Запізнювання, інерція системи, нелінійності у зв'язках* не можуть бути завжди враховані при виборі параметрів зворотного зв'язку. Це у свою чергу не забезпечує стійкості функціонування системи. Тоді більш ефективним стає регулювання, при якому регулятор має властивості *приспосовування (адаптації)* до умов середовища, що змінюються, та змін самого об'єкта управління. Програму такого регулятора формують у вигляді мети і системи обмежень (математичні моделі), а її уточнення і коригування виконують самим регулятором за допомогою зворотних зв'язків. Тобто відбувається процес *самоорганізації*. Управління системою завжди спрямовано на обмеження числа ступенів свободи системи та діапазону зміни її змінних.

Для оцінки якості управління існує система показників. Одним із найефективніших серед них є той, який надає змогу дослідити функціонування системи за певний період часу T – інтегральний показник $I = \int_0^T f(x)dt$, де $f(x)$ – функція змінних, які характеризують стан системи. Завдання оптимального управління формулюють у такий спосіб: заданий об'єкт, координати якого описуються n -вимірним вектором $X = \{x_1, x_2 \dots x_n\}$, і заданий τ -вимірний вектор управління $U = \{u_1, u_2 \dots u_\tau\}$. Вектор X характеризує положення об'єкта управління (ОУ) у фазовому просторі і називається вектором фазових координат. Необхідно вибрати таке управління, для якого значення функціонала є мінімальним $I = \int_{t_0}^T f(x(t), u(t))dt \Rightarrow \min$.

Управління та відповідну йому фазову траєкторію, що відповідає рішенню цього завдання, називають *оптимальним управлінням* і *оптимальною траєкторією*.

7 СТРУКТУРА КЕРУЮЧОЇ СИСТЕМИ

Правила та принципи побудови організаційних структур управління. Для чіткої роботи системи необхідно дотримуватись таких умов:

- цілі мають бути зрозумілі всім задіяним у процесі роботи;

- система цілей повинна реалізовувати глобальну мету;
- інформаційні канали зв'язку не повинні мати вузьких місць;
- працівникам необхідно мати чіткі робочі інструкції, які регламентують їх діяльність;
- для ефективного функціонування системи повинна бути сформована система мотивації;

Основні правила створення організаційної структури управління:

- організаційна структура повинна бути найпростішою;
- схема організаційної структури має бути прозорою;
- кожному працівнику необхідно мати посадову інструкцію;
- інформаційні канали повинні забезпечувати передачу інформації як у прямому напрямку (передача управлінських рішень), так і у зворотному (контроль виконання);
- лінії підпорядкування та відповідальності мають бути чіткими;
- координацію всієї діяльності здійснює вище керівництво на рівні заступників керівників організації;
- кінцеві, глобальні рішення приймаються на рівні керівництва з урахуванням можливостей та перспектив розвитку організації;
- функції лінійного керівництва і функціональних підрозділів повинні бути розмежовані.

Можна сформулювати такі принципи проектування систем організаційного управління:

- принцип розвитку демократичних основ управління;
- принцип системного підходу при проектуванні структури управління;
- принцип керованості;
- принцип відповідності суб'єкта та об'єкта управління;
- принцип адаптації;
- принцип спеціалізації;
- принцип централізації;
- принцип професійної регламентації;
- принцип правової регламентації.

Типи структур управління та їх характеристика. Виходячи з особливостей сучасних систем, можна виділити такі структури апарату управління: *лінійну, функціональну, лінійно-функціональну, матричну та матрично-штабну*.

При *лінійній структурі* управління керівники підрозділів нижчих ланок безпосередньо підпорядковані одному керівнику більш високого рівня управління і пов'язані з вищою системою через нього (рисунок 3).

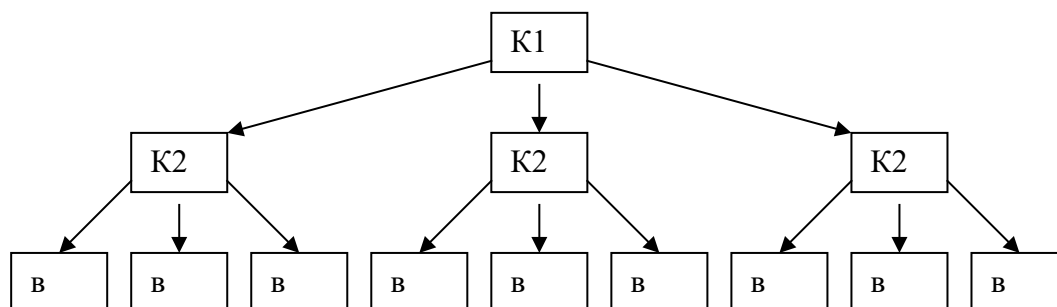


Рисунок 3 – Лінійна структура управління

В основі *функціональної структури* управління лежить принцип повноправного впорядкування. Кожен керівник має право надавати вказівки стосовно питань, які входять до його компетенції. Це створює умови для формування апаратів спеціалістів, які завдяки своїй компетенції відповідають лише за певну ділянку роботи (рисунок 4).

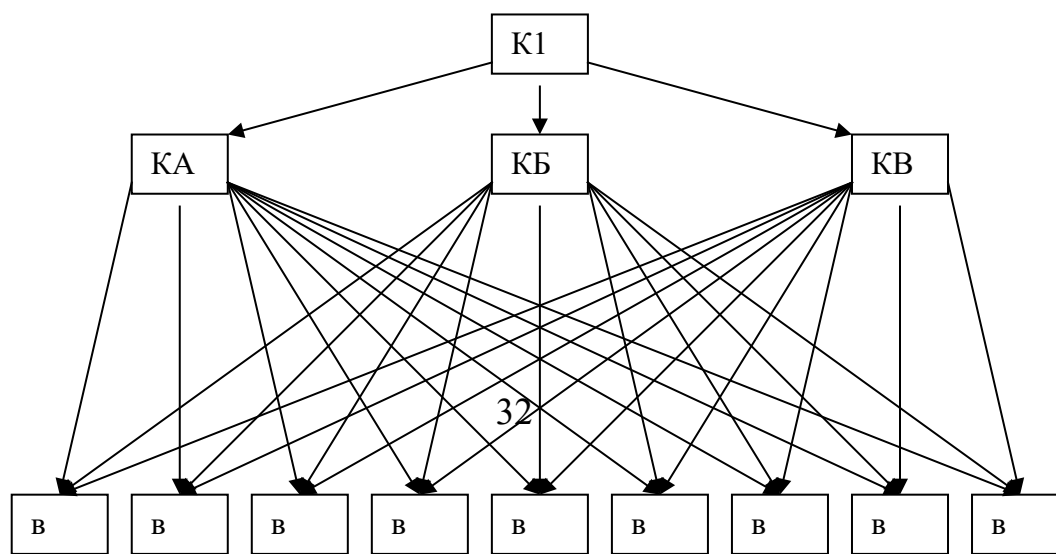


Рисунок 4 – Функціональна структура управління

Лінійно-функціональна структура заснована на поєднанні переваг лінійної та функціональної. При такій структурі лінійний керівник встановлює черговість у вирішенні комплексу завдань, визначаючи найважливіше завдання на даному етапі, а також час та конкретних виконавців. Діяльність функціональних керівників при цьому зведена до пошуків раціональних варіантів вирішення завдань, розробки своїх рекомендацій для лінійного керівника, який на цій підставі повинен забезпечити ефективне управління (рисунок 5).

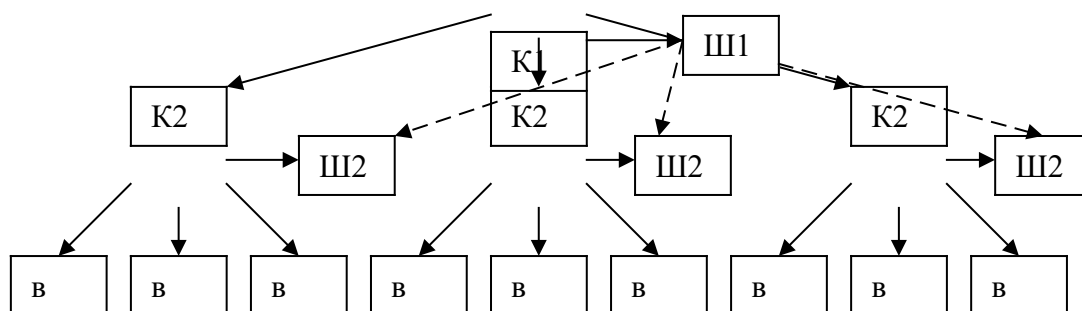


Рисунок 5 – Лінійно-функціональна структура управління

Матрична структура передбачає виділення певних блоків, кожен з яких відповідає за виконання певного завдання (наприклад, виробництво певного виду продукції). При такій організації керівник відповідає за вирішення лише свого кола завдань.

Матрично-штабна або дивізійна структура також передбачає розподіл на блоки, однак, при цьому існує один координаційний центр, який формує глобальні завдання для всіх підрозділів та спостерігає за їх виконанням.

8 ПРОЕКТУВАННЯ, КОНСТРУЮВАННЯ ТА ЕКСПЛУАТАЦІЯ СИСТЕМ

Методологія – це вчення про методи і засоби їхнього використання для вирішення різних завдань. *Метод* – це раціональна основа способу дії.

Проектування – це процес створення проекту системи як логічної основи наступної діяльності людини. *Проект* – це модель системи, яка подана у вигляді креслень, графіків, формул, пояснювальної записки і т. ін. Ядром процесу проектування є *конструювання*. *Конструкція* – це комплекс структур і станів системи. *Конструювання* – це процес підбору необхідних конструктивних характеристик, які визначають логічну основу конструкції. Проектування буває *часткове* і *системне*. *Часткове проектування* – це проектування частини цілого без урахування властивостей цілого. *Системне (інтегральне) проектування* – проектування частини цілого з погляду цілого (надсистеми).

Системне проектування включає такі етапи:

- 1) встановлення цілого;
- 2) визначення зв'язків між частиною та цілим;
- 3) встановлення вимог, які висуває ціле до своїх частин;
- 4) оптимізація частини цілого відповідно до системних вимог.

Основними елементами проектування і конструювання є: *теорія технічних систем; методологія проектування; методологія конструювання; теорія запису конструкції; методологія дослідницько-конструкторських робіт; нормалізація конструкції* і т. ін.

Теорія технічних систем і теорія конструювання сприяють раціональному розумінню істотних властивостей технічних засобів. *Методологія проектування і конструювання* включає: *опис творчої діяльності з виділенням процедур, з яких складається проектування і конструювання; методи творчої діяльності. Теорія запису конструкції* – це система знань про загальні закони і принципи конструктивного виду та розміри конструкції (наприклад,

креслення). Методологія дослідницько-конструкторських робіт у взаємозв'язку із системними дослідженнями являє собою засоби побудови конструкції. *Нормалізація* – це обмеження різноманітності. Частковим випадком нормалізації є *стандартизація*. Нормалізація дає такий ефект: *покращення комунікативності; збільшення можливості заміни деталей машин за рахунок їхньої стандартизації; зниження матеріальних витрат; спеціалізація виробництва* і т. ін. Похідними нормалізації є *уніфікація* і *типізація*. *Уніфікація* заснована на обмеженні та упорядкованості, тобто являє собою зменшення чисельності можливих варіантів. *Типізацію* використовують після уніфікації. Вона пов'язана із узагальненням конструктивних властивостей уніфікованого комплексу елементів.

У практиці проектування і конструювання використовуються такі методи: *евристичний, алгоритмічний, систематичний*.

Евристичний метод заснований на інтуїції проектувальника, загальних правилах і рекомендаціях. Процес побудови необхідного проекту розглядають не як вибір на множині проектів, а як вдалий вибір з альтернативних рішень на кожному кроці проектування. Тобто, у рамках евристичного методу не ставимо завдання пошуку оптимального проекту, а здійснюємо пошук достатньо хорошого проекту.

Алгоритмічний метод базується на послідовності вказівок щодо процедур, які дозволяють вирішити проектне або конструкторське завдання. Наявність твердих алгоритмів дозволяє широко використовувати обчислювальну техніку і прикладну математику. Проблема оптимізації проектування і конструювання сформульована як проблема рішення екстремальних завдань.

Систематичний метод аналогічний послідовному покращенню рішень у завданнях математичного програмування. Але відсутність множини всіх можливих проектів для вибору не дозволяє одержати оптимальне рішення. Тому перехід від одного рішення до іншого, кращого, замінено перетворенням і покращенням вихідного проекту. Тобто на початковому кроці систематичного методу є не область (множина) можливих проектів, а один або кілька початкових проектів, які послідовно покращують. Оптимальність проекту при використанні систематичного методу носить відносний характер, тому що в результаті виходить не оптимальний, а найкращий проект, тобто проект, у якому відсутні недоліки, виявлені в інших проектах.

Обґрунтування необхідності створення системи. Необхідність створення системи виникає при відсутності або наявності залишків продуктів або послуг у процесі задоволення потреб суспільства. Послідовність формування системи для задоволення потреб подано на рисунку 6.



Рисунок 6 – Модель процесу задоволення потреб

Так, для якісного і кількісного прогнозування потреб використовують статистичні моделі. Наприклад, статистична модель попиту $C_i = \varphi_i(D, T_i)$, де C_i – попит на i -ту послугу або продукт; D – дохід споживачів; T_i – тарифи на послуги (рисунок 7).

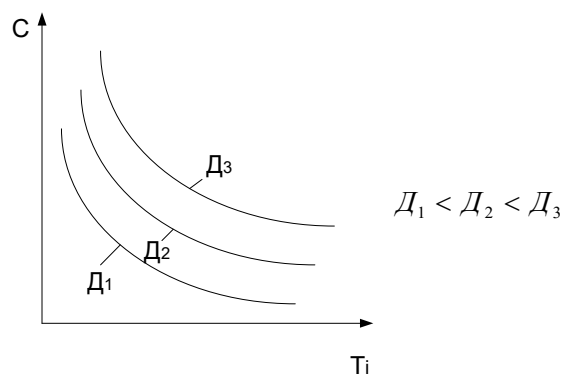


Рисунок 7 – Залежність попиту на транспортні послуги від тарифу і доходу

Експлуатація технічних систем. *Експлуатація технічної системи* – це процес її використання за призначенням і підтримки в технічно справному стані. *Використання системи за призначенням* включає організацію її функціонування.

Підтримка системи в технічно справному стані включає: *технічне обслуговування, поточний ремонт, збереження, підготовку до роботи.*

Управління процесом експлуатації передбачає прогнозування стану системи в майбутньому, тобто передбачення її вихідних характеристик і технічних станів. *Поточний стан* системи визначають сукупністю значень її технічних характеристик. Можна вважати, що технічні характеристики змінюються безупинно, але для організації експлуатації важливо знати *стани*, які відповідають *граничним* значенням технічних характеристик. Граничні значення технічних характеристик відповідають *робочому стану, відмовам, стану технічного обслуговування, схоронності, відновленню*. Під *відмовою* розуміють стан, після якого система перестає виконувати свої функції.

Системи, що ремонтуються, після відмов відновлюють шляхом проведення ремонтів. Для підтримки системи в технічно справному стані існують системи технічних обслуговувань (ТО) і поточних ремонтів (ПР). Вони бувають таких видів:

- 1) планово-попереджувальна система ТО та ПР;
- 2) планова постановка, а обсяги ремонтів – за технічним станом;
- 3) постановка на ПР та їхні обсяги – за технічним станом.

Для реалізації системи ремонтів 2-го та 3-го видів використовують *діагностику*. *Діагностика* – це процес обробки вихідної інформації для визначення і прогнозування станів системи. Для реалізації діагностики формують систему діагностичних

параметрів, які контролюють у процесі роботи або при проведенні ТО та ПР. Для цього існують засоби бортової і стаціонарної діагностики. Це різні датчики для контролю відповідальних компонентів або вузлів системи.

9 ПРИНЦИПИ ФОРМУВАННЯ СИСТЕМ

У структурі правил проектування і конструювання є дві групи принципів: *методологічні і методичні*.

Методологічні принципи спрямовані на покращення ефективності дій проектувальника для досягнення поставленої мети. До методологічних принципів відносять: *принцип максимізації математичного очікування; принцип субоптимізації; принцип малоймовірних явищ; принцип ліквідації слабких ланок; принцип максимізації довгострокової ефективності; принцип централізації; принцип завершеності проекту*.

Принцип максимізації математичного очікування стверджує, що при створенні системи необхідно досліджувати співвідношення «вартість/ефективність» або «ціна /якість». У процесі проектування треба прагнути максимізувати ефективність системи (або її математичне очікування) при фіксованій вартості або мінімізувати вартість при фіксованому значенні ефективності.

Принцип субоптимізації означає, що незалежна оптимізація кожного з елементів системи в загальному випадку не призводить до оптимізації системи в цілому.

Принцип малоймовірних подій стверджує, що основне завдання системи не повинно переглядатися, а основні характеристики системи не повинні значно змінюватися для того, щоб система була пристосованою до малоймовірних ситуацій.

Принцип ліквідації слабких ланок стверджує, що резерв підвищення ефективності системи треба шукати в її найслабкій ланці.

Принцип максимізації довгострокової ефективності означає, що оптимізація системи повинна проводитися за критерієм

ефективності, розрахованим на весь термін служби системи, а не для окремих моментів часу.

Принцип централізації вимагає централізації управління та прийняття рішень, тобто він вимагає централізації інформації.

Принцип закінченості проекту: технологічні і фінансові можливості суспільства повинні забезпечувати реалізацію вимог до системи.

Методичні принципи – це правила, які відображають власні закономірності проектування. Методичні принципи містять вказівки про деяку процедуру проектування, що дозволяє одержати якісний проект. До основних методичних принципів відносять:

- принцип автономності;
- принцип найменшої взаємодії;
- принцип взаємодоповнення;
- принцип забезпечення динамічної достатності;
- принцип ієрархії у задоволенні вимог;
- принцип погодженості норм і цілей функціонування елементів та системи в цілому;
- принцип динамічної рівноваги.

Принцип автономності стверджує, що компоненти системи повинні функціонувати автономно. Залежність функціонування одних компонентів системи від інших повинна бути мінімізована.

Принцип найменшої взаємодії означає, що взаємодія між системою і зовнішнім середовищем має бути мінімізована. Це дозволить при найменшій дії одержати найбільший ефект.

Принцип взаємодоповнення (синергізма) встановлює, що компоненти системи повинні взаємно компенсувати недоліки кожного з них. Між компонентами системи мають формуватися синергетичні відносини, які передбачають взаємодопомогу у процесі вирішення поставлених завдань.

Принцип забезпечення динамічної достатності: умови функціонування системи та її компонентів повинні забезпечувати підтримку керованих змінних функціонування в припустимих межах. У протилежному випадку система втратить властивості

пристосовування до умов функціонування.

Принцип ієрархії в задоволенні вимог: для одержання якісних проектів необхідне послідовне задоволення вимог у порядку їхньої ієрархії.

Принцип погодженості норм і цілей функціонування елементів і системи в цілому: мета функціонування системи і мета зовнішнього середовища повинні бути несуперечливими.

Принцип динамічної рівноваги – забезпечення рухливої рівноваги між системою і зовнішнім середовищем, а також між окремими компонентами.

Основні принципи конструювання:

- принцип оптимального навантаження;
- принцип оптимального матеріалу;
- принцип оптимальної стабільності;
- принцип оптимальних співвідношень взаємозалежних величин.

Принцип оптимального навантаження стверджує, що навантаження тим менше відрізняється від оптимального, чим більше конструкція системи відповідає обраним критеріям, тобто оптимальне навантаження призводить до оптимальної конструкції.

Принцип оптимального матеріалу: витрати матеріалу тим менше відрізняються від оптимальних, чим більше конструкція системи відповідає оптимальному комплексу критеріїв.

Принцип оптимальної стабільності: стабільність системи тим менше відрізняється від оптимальної, чим більше конструкція відповідає критеріям надійності.

Принцип оптимальних співвідношень взаємозалежних величин: відносини між конструктивними характеристиками системи тим ближче до оптимальних, чим більше конструкція відповідає прийнятим критеріям.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

- 1 Поняття зовнішньої і внутрішньої правдоподібності.

- 2 Поняття детермінована і стохастична модель.
- 3 Які типи моделей використовують для дослідження транспортних систем?
- 4 Поняття оптимізація систем.
- 5 Поняття суперкритерію при дослідженні систем.
- 6 Для чого використовують теорію ігор при дослідженні систем?
- 7 Які методи використовують при дослідженні статичних, динамічних і стохастичних систем?
- 8 При дослідженні яких систем доцільно використовувати метод множників Лагранжа?
- 9 Які методи використовують при дослідженні систем, які формалізовані у вигляді завдання нелінійного програмування?
- 10 В яких випадках при дослідженні систем доцільно використовувати апарат теорії масового обслуговування?
- 11 Поняття багатофазної системи масового обслуговування.
- 12 Властивості простішого потоку.
- 13 Шкали корисності при оцінці варіантів рішень.
- 14 Сутність критеріального підходу при оптимізації систем.
- 15 Які існують критерії при прийнятті рішень в управлінні системою.
- 16 Поняття управління системою.
- 17 Як оцінюють якість управління системою за допомогою інтегрального показнику?
- 18 Які існують три етапи регулювальних завдань при управлінні системою?
- 19 Особливості побудови лінійної структури управління.
- 20 Особливості побудови функціональної структури управління.
- 21 Особливості побудови лінійно-функціональної структури управління.
- 22 Поняття проекту системи.
- 23 Поняття часткового і системного проектування системи.
- 24 Що включає поняття експлуатації технічних систем?
- 25 Методи проектування систем.
- 26 Методичні і методологічні принципи проектування систем.
- 27 Основні принципи конструювання систем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. - М.: Советское радио, 1973. - 440 с.

2 Визначення структури та показників надійності складної системи: Методичні вказівки до контрольної роботи для студентів заочної форми навчання та для проведення практичних занять для студентів денної форми навчання з дисципліни “Основи теорій систем і управління”. - Харків: УкрДАЗТ, 2008. – 36 с.

3 Методи дослідження складних систем: Методичні вказівки до контрольної роботи для студентів заочної форми навчання та для проведення практичних занять для студентів денної форми навчання з дисципліни “Основи теорій систем і управління”. - Харків: УкрДАЗТ, 2008. – 38 с.

4 Директор С, Рорер Р. Введение в теорию систем. Пер. с англ. - М.: Мир, 1974.-464 с.

5 Кирпичев М.В. Теория подобия. - М.: Изд. АН СССР, 1953.-256 с.

6 Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. - М.: Машиностроение, 1979.-432 с.

7 Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. - М.: Наука, 1990.-272с.

8 Павлов В.В. Начала теории эргатических систем. - К.: Наукова думка, 1975.-240 с.

9 Плетнев И.Л., Рембеза А.И., Соколов Ю.А. и др. Эффективность и надежность сложных систем. - М.: Машиностроение, 1977. - 216 с

10 Системологія на транспорті: Підручник: У 5 кн. Кн. I: Основи теорії систем і управління / Е. огов. Гаврилов, М.Ф. Дмитриченко, В.К. Доля та ін.; За заг. ред. М.Ф. Дмитриченка. - К.: Знання України, 2005. - 344 с.

Т.В.Бутько, О.М. Ходаківський, В.В. Петрушов, В.М. Прохоров

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ

**Конспект лекцій для студентів денної і заочної форми навчання
та слухачів ІПК з дисципліни**

“Основи теорій систем і управління”
Частина 2

Відповідальний за випуск Ходаківський О.М.

Редактор _____

Підписано до друку _____ 200__ р.
Формат паперу 60х84. Папір писальний.
Умовн. - друк. арк. 1.0. Обл. -вид арк. 1.25.
Замовлення № _____. Тираж 500.

Друкарня УкрДАЗТу,

61050, Харків – 50, пл. Фейєрбаха 7.