

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

**ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСАМИ ПЕРЕВЕЗЕНЬ**

**Кафедра вищої математики**

**ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ  
для самостійної роботи**

**з дисципліни**

***«ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»***

**Частина I**

**Харків – 2021**

Індивідуальні завдання розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри вищої математики 22 вересня 2020 р., протокол № 2.

Призначено для студентів освітнього рівня «бакалавр» економічного факультету.

Укладачі:

доценти Н. Г. Панченко,  
М. Є. Резуненко

Рецензент

доц. А. П. Рибалко (ХНЕУ)

## ЗМІСТ

Завдання 1. Елементи теорії матриць.....	4
Завдання 1.1.....	4
Завдання 1.2.....	6
Завдання 1.3.....	9
Завдання 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.....	13
Завдання 2.1.....	13
Завдання 2.2.....	16
Завдання 3. Елементи векторної алгебри.....	22
Завдання 3.1.....	22
Завдання 3.2.....	24
Завдання 3.3.....	24
Завдання 4. Елементи аналітичної геометрії.....	24
Завдання 4.1.....	24
Завдання 4.2.....	25
Завдання 4.3.....	27
Завдання 4.4.....	28
Завдання 4.5.....	29
Завдання 5. Диференціальне числення функції однієї змінної..	31
Завдання 5.1.....	31
Завдання 5.2.....	37
Завдання 5.3.....	39
Завдання 5.4.....	41
Завдання 5.5.....	43
Завдання 6. Диференціальне числення функції кількох змінних.....	44
Завдання 6.1.....	44
Завдання 6.2.....	46
Завдання 6.3.....	47
Запитання для самоперевірки.....	49
Список літератури.....	52

## ЗАВДАННЯ 1. Елементи теорії матриць

**Завдання 1.1.** Знайти матрицю  $C$ , виконавши вказані операції над матрицями  $A$  та  $B$ .

Варіант	
Варіант 1	$C = A(2A - B)$ , $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -8 \\ 2 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 2	$C = 2A(A + B)$ , $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 3	$C = 2AB$ , $A = (-1 \ 2)$ , $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$
Варіант 4	$C = 3BA$ , $A = (-1 \ 2)$ , $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$
Варіант 5	$C = BA + E$ , $A = (-1 \ 2)$ , $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$
Варіант 6	$C = BA - 0,5E$ , $A = (0 \ 2)$ , $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$
Варіант 7	$C = AB$ , $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 8	$C = AB + E$ , $A = \begin{pmatrix} -5 & 6 & 12 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 9	$C = BA$ , $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 10	$C = BA + 2E$ , $A = \begin{pmatrix} -5 & 6 & 12 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 11	$C = A^2 + 2B$ , $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -8 \\ 2 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Варіант 12	$C = A^2 - 2B, A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 13	$C = A(2A - B), A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & -8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 14	$C = A(A^2 - B), A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 15	$C = A(2A - B) + 3E, A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 16	$C = A(3A + B), A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -8 \\ 2 & 5 & 6 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 17	$C = 2A(B - A), A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 5 \\ -7 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}$
Варіант 18	$C = -2AB, A = (-1 \ 7), B = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$
Варіант 19	$C = 0,5BA, A = (-1 \ 7), B = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$
Варіант 20	$C = BA - 2E, A = (-1 \ 7), B = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$
Варіант 21	$C = BA + 0,5E, A = (1 \ 9), B = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}$
Варіант 22	$C = AB, A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ -5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
Варіант 23	$C = AB + E, A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & 12 \\ -4 & 0 & -9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 24	$C = BA + 2,5E, A = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 12 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

Варіант 25	$C = BA - 2E, A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
Варіант 26	$C = A^2 - B, A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -8 \\ -2 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
Варіант 27	$C = A^2 - 0,5B, A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 8 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}$
Варіант 28	$C = A(2A - B) - E, A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 29	$C = 2(A^2 - B), A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 30	$C = A(2A - B) - 3E, A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

**Завдання 1.2.** Підприємство виробляє три типи продукції, обсяги виробництва яких задано матрицею  $A$ . Ця продукція реалізується в чотирьох регіонах. Вартість реалізації відповідної одиниці продукції у певному регіоні задано матрицею  $B$ . Знайти матрицю  $C$  – матрицю виручки за регіонами. Зробити висновок.

**Вказівка.** Виручка від реалізації продукції – це сума грошей, що надійшла на рахунок підприємства за реалізовану продукцію.

Варіант	
Варіант 1	$A = (55 \ 60 \ 80), B = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 2	$A = (55 \ 90 \ 75), B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 3	$A = (60 \ 75 \ 180), B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 8 & 9 & 3 \end{pmatrix}$

Варіант 4	$A = (120 \ 40 \ 75), B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 8 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 5	$A = (155 \ 60 \ 30), B = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 5 \\ 9 & 8 & 9 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 6	$A = (85 \ 90 \ 120), B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 6 & 8 & 8 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 7	$A = (35 \ 90 \ 80), B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 8	$A = (55 \ 90 \ 180), B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 2 \\ 8 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 9	$A = (65 \ 85 \ 110), B = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 10	$A = (85 \ 115 \ 80), B = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 9 \end{pmatrix}$
Варіант 11	$A = (75 \ 120 \ 215), B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 12	$A = (135 \ 90 \ 80), B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 6 & 6 & 4 \\ 9 & 9 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 13	$A = (35 \ 290 \ 80), B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 14	$A = (35 \ 90 \ 180), B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

Варіант 15	$A = (35 \ 110 \ 50), B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 9 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 16	$A = (65 \ 60 \ 80), B = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 17	$A = (55 \ 90 \ 175), B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 18	$A = (160 \ 175 \ 180), B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 8 & 9 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 19	$A = (120 \ 40 \ 275), B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 8 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 20	$A = (155 \ 260 \ 230), B = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 5 \\ 9 & 8 & 9 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 21	$A = (185 \ 190 \ 120), B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 6 & 8 & 8 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 22	$A = (235 \ 90 \ 80), B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 23	$A = (255 \ 90 \ 180), B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 2 \\ 8 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 24	$A = (95 \ 185 \ 110), B = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 25	$A = (85 \ 240 \ 180), B = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 9 \end{pmatrix}$



Варіант 26	$A = (175 \ 120 \ 215), B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 27	$A = (135 \ 190 \ 280), B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 6 & 6 & 4 \\ 9 & 9 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 28	$A = (235 \ 290 \ 280), B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 29	$A = (135 \ 190 \ 180), B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
Варіант 30	$A = (85 \ 110 \ 90), B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 9 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

**Завдання 1.3.** Підприємство виробляє  $n$  типів виробів ( $n=2,3$ ), використовуючи  $m$  видів сировини ( $m=3,4$ ). Норми витрат  $a_{ij}$ ,  $i=\overline{1,m}$ ,  $j=\overline{1,n}$  сировини  $i$ -го виду для виробництва одиниці продукції  $j$ -го типу задано матрицею  $A$ , а план випуску виробів кожного типу – матрицею  $X$ . Вартість одиниці сировини кожного виду в грошових одиницях задано матрицею  $C$ . Знайти:

1) матрицю  $S$  – витрат сировини при заданому плані випуску виробів;

2) загальну вартість необхідної сировини  $W$ .

Варіант	Умова завдання
Варіант 1	$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 75 \\ 80 \\ 105 \end{pmatrix}, C = (25 \ 70 \ 85 \ 30)$
Варіант 2	$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 7 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 110 \\ 120 \end{pmatrix}, C = (35 \ 80 \ 25)$

Варіант 3	$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 115 \\ 110 \\ 105 \end{pmatrix}, C = (55 \ 70 \ 85 \ 40)$
Варіант 4	$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1150 \\ 1220 \end{pmatrix}, C = (85 \ 80 \ 100)$
Варіант 5	$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 8 \\ 6 & 2 & 6 \\ 4 & 8 & 3 \\ 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 95 \\ 110 \\ 100 \end{pmatrix}, C = (105 \ 70 \ 85 \ 60)$
Варіант 6	$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 7 & 8 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1120 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (65 \ 60 \ 100)$
Варіант 7	$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 4 & 7 & 3 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1055 \\ 110 \\ 120 \end{pmatrix}, C = (65 \ 70 \ 85 \ 90)$
Варіант 8	$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1120 \\ 1800 \end{pmatrix}, C = (105 \ 60 \ 80)$
Варіант 9	$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \\ 2 & 7 & 3 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 155 \\ 122 \\ 80 \end{pmatrix}, C = (65 \ 90 \ 85 \ 90)$
Варіант 10	$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1800 \\ 1100 \end{pmatrix}, C = (125 \ 70 \ 20)$
Варіант 11	$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \\ 2 & 7 & 3 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 135 \\ 100 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (65 \ 90 \ 185 \ 90)$

Варіант 12	$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 102 \\ 75 \end{pmatrix}, C = (105 \ 110 \ 85)$
Варіант 13	$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 4 \\ 8 & 1 & 6 \\ 2 & 9 & 3 \\ 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 125 \\ 180 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (165 \ 80 \ 185 \ 35)$
Варіант 14	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 8 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 112 \\ 175 \end{pmatrix}, C = (105 \ 15 \ 60)$
Варіант 15	$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 8 & 5 & 6 \\ 2 & 8 & 3 \\ 9 & 7 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1025 \\ 180 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (165 \ 90 \ 185 \ 35)$
Варіант 16	$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 175 \\ 180 \\ 105 \end{pmatrix}, C = (25 \ 70 \ 85 \ 30)$
Варіант 17	$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 5 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1100 \\ 1200 \end{pmatrix}, C = (135 \ 80 \ 90)$
Варіант 18	$A = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 9 \\ 7 & 9 & 7 \\ 5 & 6 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 115 \\ 110 \\ 105 \end{pmatrix}, C = (55 \ 70 \ 85 \ 140)$
Варіант 19	$A = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1150 \\ 1220 \end{pmatrix}, C = (65 \ 40 \ 25)$
Варіант 20	$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 9 \\ 7 & 3 & 7 \\ 5 & 9 & 4 \\ 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 105 \\ 110 \\ 180 \end{pmatrix}, C = (105 \ 70 \ 85 \ 80)$

Варіант 21	$A = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 8 & 9 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1120 \\ 1800 \end{pmatrix}, C = (85 \ 160 \ 100)$
Варіант 22	$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 5 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1055 \\ 1110 \\ 1205 \end{pmatrix}, C = (65 \ 170 \ 185 \ 90)$
Варіант 23	$A = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 9 & 8 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1125 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (115 \ 60 \ 50)$
Варіант 24	$A = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 7 \\ 3 & 8 & 4 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 105 \\ 122 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (70 \ 90 \ 85 \ 190)$
Варіант 25	$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 9 & 6 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 8000 \\ 1100 \end{pmatrix}, C = (125 \ 70 \ 80)$
Варіант 26	$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 3 \\ 9 & 3 & 7 \\ 3 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 2135 \\ 2100 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (65 \ 90 \ 185 \ 95)$
Варіант 27	$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 102 \\ 175 \end{pmatrix}, C = (105 \ 160 \ 120)$
Варіант 28	$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 5 \\ 8 & 2 & 7 \\ 3 & 9 & 2 \\ 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1025 \\ 1080 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (165 \ 80 \ 95 \ 35)$
Варіант 29	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1012 \\ 1075 \end{pmatrix}, C = (105 \ 150 \ 100)$

Варіант 30	$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 8 \\ 9 & 6 & 7 \\ 3 & 9 & 4 \\ 9 & 8 & 6 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 8000 \\ 180 \\ 800 \end{pmatrix}, C = (125 \quad 90 \quad 185 \quad 75)$
------------	---

## ЗАВДАННЯ 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

**Завдання 2.1.** Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь двома методами:

1) за формулами Крамера;

2) матричним методом.

Зробити перевірку.

Варіант		
Варіант 1	а) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 27, \\ x_1 - 5x_2 = 1. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 2	а) $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 = -5, \\ x_1 - 5x_2 = 2. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$
Варіант 3	а) $\begin{cases} 2x_1 - 0,5x_2 = 7, \\ 3x_1 + 5x_2 = 3. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 10, \\ 6x_1 - 3x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 4	а) $\begin{cases} 2,5x_1 + x_2 = 1, \\ -x_1 + 5x_2 = 4. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - 2x_3 = -2. \end{cases}$
Варіант 5	а) $\begin{cases} 3x_1 - 0,5x_2 = 1, \\ 7x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 12. \end{cases}$
Варіант 6	а) $\begin{cases} 7x_1 - 0,5x_2 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 = 6. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -2. \end{cases}$

Варіант 7	a) $\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 = 7. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$
Варіант 8	a) $\begin{cases} 3,5x_1 + 7x_2 = -3, \\ 2,5x_1 - 2x_2 = 8. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 9	a) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 = 9. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = -1, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 5x_1 - x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 10	a) $\begin{cases} -3x_1 + 7x_2 = -21, \\ 3x_1 + 5x_2 = 10. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1, \\ 4x_1 - 5x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 11	a) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 41, \\ 2x_1 - 6x_2 = 11. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases}$
Варіант 12	a) $\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 = -41, \\ 2x_1 - 6x_2 = 12. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -7. \end{cases}$
Варіант 13	a) $\begin{cases} 3x_1 - 1,5x_2 = -11, \\ 4x_1 + 6x_2 = 13. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$
Варіант 14	a) $\begin{cases} 3,5x_1 - 2x_2 = 17, \\ -x_1 + 5x_2 = 14. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6. \end{cases}$
Варіант 15	a) $\begin{cases} 4x_1 - 1,5x_2 = 19, \\ 7x_1 + x_2 = 15. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 8. \end{cases}$
Варіант 16	a) $\begin{cases} 8x_1 - 1,5x_2 = -12, \\ 4x_1 + 5x_2 = 16. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

Варіант 17	a) $\begin{cases} 4x_1 - 1,8x_2 = -1, \\ 5x_1 + 6x_2 = 17. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6. \end{cases}$
Варіант 18	a) $\begin{cases} -3,5x_1 + 7x_2 = -31, \\ 2,5x_1 - 2x_2 = 18. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 19	a) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 0, \\ -3x_1 + 5x_2 = 19. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -8. \end{cases}$
Варіант 20	a) $\begin{cases} -3x_1 + 7x_2 = -21, \\ 3x_1 + 5x_2 = 20. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 21	a) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 17, \\ 2x_1 - 6x_2 = 21. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$
Варіант 22	a) $\begin{cases} 4,5x_1 - 5x_2 = -51, \\ 2x_1 - 6x_2 = 22. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 8, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$
Варіант 23	a) $\begin{cases} 3x_1 - 4,5x_2 = -11, \\ 4x_1 + 6x_2 = 23. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$
Варіант 24	a) $\begin{cases} -3,5x_1 - 2x_2 = 17, \\ -x_1 + 5x_2 = 24. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
Варіант 25	a) $\begin{cases} 3x_1 - 1,5x_2 = 19, \\ 7x_1 + x_2 = 25. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10. \end{cases}$
Варіант 26	a) $\begin{cases} 7x_1 - 1,5x_2 = -18, \\ 4x_1 + 5x_2 = 26. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$

Варіант 27	а) $\begin{cases} 4x_1 - 1,8x_2 = -19, \\ 5x_1 + 6x_2 = 27. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$
Варіант 28	а) $\begin{cases} -3,5x_1 + 7x_2 = -81, \\ 0,5x_1 - 2x_2 = 28. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$
Варіант 29	а) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 0, \\ -3x_1 + 5x_2 = 29. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$
Варіант 30	а) $\begin{cases} -3x_1 + 3,5x_2 = -21, \\ 3x_1 + 5x_2 = 30. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$

**Завдання 2.2.** Підприємство випускає три види продукції, використовуючи сировину трьох типів. Необхідні характеристики виробництва зазначені в таблиці. Потрібно визначити обсяг продукції кожного виду при заданих запасах сировини.

**Зауваження.** Задачі такого роду типові при прогнозах і оцінках функціонування підприємств, а також у плануванні мікроекономіки підприємств.

### Варіант 1

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

### Варіант 2

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	5	7	4	3360
2	1	5	3	1760
3	2	4	3	1840



**Варіант 3**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	5	4	2700
2	1	2	1	800
3	2	3	2	1600

**Варіант 4**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	5	6	4	2400
2	1	4	3	1450
3	3	5	2	1550

**Варіант 5**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	3	1	800
2	4	2	3	1300
3	1	3	4	900

**Варіант 6**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	3	1	2	900
2	1	2	4	800
3	2	2	3	900

**Варіант 7**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	3	2	4	1100
2	1	3	5	1200
3	4	2	1	900

**Варіант 8**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	4	2	1	900
2	2	3	2	1000
3	6	1	4	1200

**Варіант 9**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	4	3	2	1100
2	2	5	3	1300
3	2	1	2	700

**Варіант 10**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	4	3	3	1300
2	1	1	2	600
3	1	3	2	800

**Варіант 11**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	3	2	2	1200
2	4	1	2	1300
3	1	5	3	1300

**Варіант 12**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	4	3	2	1100
2	2	1	3	700
3	8	2	1	1500

**Варіант 13**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	3	2	7	990
2	8	5	3	1050
3	2	9	6	1330

**Варіант 14**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	3	7	970
2	8	5	3	1030
3	2	9	6	1170

**Варіант 15**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	3	7	1060
2	5	8	3	1240
3	2	9	6	1440

**Варіант 16**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	3	7	420
2	5	8	3	790
3	9	2	6	690

**Варіант 17**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	3	3	370
2	5	8	7	880
3	9	2	6	800

**Варіант 18**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	3	3	1050
2	5	8	6	2450
3	9	2	7	2600

**Варіант 19**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	2	5	9	570
2	3	8	2	290
3	3	6	7	500

**Варіант 20**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	5	2	9	1440
2	3	8	2	1510
3	3	6	7	1520

**Варіант 21**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	5	2	9	710
2	8	3	2	500
3	3	6	7	890

**Варіант 22**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	5	2	9	955
2	8	3	2	650
3	6	3	7	910

**Варіант 23**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	5	8	6	605
2	2	3	3	260
3	9	2	7	565

**Варіант 24**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	5	6	1335
2	2	3	3	615
3	9	2	7	1255

**Варіант 25**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	5	6	1160
2	3	2	3	495
3	9	2	7	1105

**Варіант 26**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	5	6	1195
2	3	2	3	470
3	2	9	7	835

**Варіант 27**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	6	5	665
2	2	3	3	310
3	9	2	7	535

**Варіант 28**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	6	5	820
2	2	3	4	410
3	9	2	7	475

**Варіант 29**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	6	5	1530
2	2	3	4	750
3	9	7	2	1415

**Варіант 30**

Тип сировини	Витрати сировини на виробництво одиниці продукції, ваг. од.			Запас сировини, ваг. од.
	I вид	II вид	III вид	
1	8	6	9	1260
2	2	3	4	565
3	5	7	2	810

**ЗАВДАННЯ 3. Елементи векторної алгебри**

**Завдання 3.1.** Задані вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ . Необхідно:

- 1) знайти довжину та напрямні косинуси вектора  $\vec{a}$ ;
- 2) обчислити  $\cos \left( \overset{\wedge}{\vec{a}, \vec{b}} \right)$ ;
- 3) знайти  $Pr_{\vec{b}} \vec{a}$ ;
- 4) обчислити координати вектора  $\vec{c} = \alpha_1 \vec{a} + \beta_1 \vec{b}$ ;
- 5) знайти вектор  $\vec{d} = \alpha_2 \vec{a} + \beta_2 \vec{b}$  та його довжину;
- 6) перевірити, чи будуть вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{d}$  колінеарними;

7) обчислити скалярний добуток векторів  $\vec{c}$  і  $\vec{d}$ ;

8) перевірити, чи будуть вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{d}$  перпендикулярними.

Варіант	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
Варіант 1	(3; -2; 7)	(6; 4; -8)	7	2	2	-1
Варіант 2	(-1; 0; 4)	(2; 6; -7)	2	3	5	-1
Варіант 3	(3; -3; 4)	(1; -5; 6)	2	-1	1	2
Варіант 4	(5; -6; 7)	(4; -3; 8)	5	-3	2	3
Варіант 5	(3; 7; -1)	(-2; 6; 5)	5	3	2	1
Варіант 6	(-3; 1; -8)	(2; 6; 5)	5	3	2	-1
Варіант 7	(-1; 6; -4)	(2; 5; -4)	2	-4	3	1
Варіант 8	(-4; -3; 7)	(1; -8; 7)	3	2	5	-1
Варіант 9	(-9; 5; 3)	(7; 1; -2)	3	5	2	-1
Варіант 10	(-6; 7; -2)	(5; 4; -7)	4	3	1	-1
Варіант 11	(4; -2; 8)	(7; 4; -7)	6	2	2	-1
Варіант 12	(0; 1; 5)	(3; 7; -6)	3	4	5	-1
Варіант 13	(4; -3; 5)	(2; -5; 7)	3	-1	1	3
Варіант 14	(6; -6; 8)	(5; -3; 9)	5	-3	2	3
Варіант 15	(3; 7; -1)	(-2; 6; 5)	6	4	2	1
Варіант 16	(-2; 1; -7)	(2; 6; 7)	5	3	2	-1
Варіант 17	(-1; 6; -4)	(2; 5; -4)	2	-4	3	1
Варіант 18	(-5; -3; 8)	(1; -8; 7)	3	2	6	-1
Варіант 19	(-9; 5; 3)	(8; 1; -1)	2	5	2	-1
Варіант 20	(-5; 7; -1)	(5; 4; -6)	5	3	1	-1
Варіант 21	(5; -2; 9)	(7; 4; -6)	6	2	3	-1
Варіант 22	(0; 1; 5)	(3; 7; -6)	3	4	5	-1
Варіант 23	(5; -3; 6)	(3; -5; 7)	5	-1	1	3
Варіант 24	(7; -6; 9)	(5; -3; 9)	5	-3	1	3
Варіант 25	(3; 7; -1)	(-2; 6; 9)	6	4	2	1
Варіант 26	(-1; 1; -6)	(2; 6; 7)	5	3	2	-1
Варіант 27	(-1; 6; -4)	(0; 5; -4)	2	-4	3	1
Варіант 28	(-4; -3; 9)	(1; -8; 7)	3	2	6	-1
Варіант 29	(-9; 5; 3)	(6; 1; -1)	1	5	2	-1
Варіант 30	(-4; 7; -2)	(5; 4; -6)	4	3	1	-1

**Завдання 3.2.** Витрати фірми на ресурси, що використовуються для виготовлення одиниці продукції, надано в таблиці. Визначити сумарну вартість ресурсів для виготовлення одиниці продукції ( $n$  – номер варіанта).

**Вказівка.** Розглянути вектор витрат ресурсів на одиницю продукції  $\vec{x}$  та вектор цін за одиницю відповідного ресурсу  $\vec{c}$ . Сумарна вартість ресурсів, що використовуються для виготовлення одиниці продукції, є скалярним добутком векторів  $\vec{x}$  і  $\vec{c}$ .

Ресурси	Кількість	Вартість
Сировина I виду	$10n$ кг	4 грош. од./кг
Сировина II виду	$(40n + 6)$ м <sup>3</sup>	5 грош. од./м <sup>3</sup>
Витрати праці	0,65 люд.год	$n$ грош. од./люд.год
Обладнання	0,7 маш.год	$0,5n$ грош. од./маш.год

**Завдання 3.3.** Будівельна організація отримала кредити від трьох комерційних банків. Кожен з них надав кредити в розмірі  $10n$ ,  $20n - 3$ ,  $30n + 7$  грош. од. під річні процентні ставки 25 %, 40 % і 30 % відповідно. Обчислити, яку суму треба заплатити наприкінці року за взяті кредити ( $n$  – номер варіанта).

**Вказівка.** Розглянути вектор кредитів.

## ЗАВДАННЯ 4. Елементи аналітичної геометрії

**Завдання 4.1.** Задано рівняння прямої на площині. Записати рівняння цієї прямої у вигляді:

- 1) загального рівняння прямої;
- 2) рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом;
- 3) рівняння прямої у «відрізках».

Побудувати задану пряму.



	Рівняння прямої		Рівняння прямої
Варіант 1	$\frac{x-1}{4} = \frac{y+3}{7}$	Варіант 16	$\frac{x+11}{3,5} = \frac{y-4,5}{5}$
Варіант 2	$\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{1}$	Варіант 17	$\frac{x-9}{6} = \frac{y-4,5}{5}$
Варіант 3	$\frac{x-3}{0,5} = \frac{y}{2}$	Варіант 18	$\frac{x-2}{3} = \frac{y-8}{5}$
Варіант 4	$\frac{x-4}{2} = \frac{y+3,5}{3}$	Варіант 19	$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-7}{2}$
Варіант 5	$\frac{x-5}{3} = \frac{y+7}{2}$	Варіант 20	$\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4}$
Варіант 6	$\frac{x+6}{7} = \frac{y+3}{5}$	Варіант 21	$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5}$
Варіант 7	$\frac{x+7}{6} = -\frac{y+3}{5}$	Варіант 22	$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-5}$
Варіант 8	$\frac{x+8}{6} = \frac{y-1,5}{5}$	Варіант 23	$\frac{x+5}{5} = \frac{y+1}{1}$
Варіант 9	$\frac{x+9}{6} = -\frac{y-1,5}{5}$	Варіант 24	$\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{3}$
Варіант 10	$\frac{x+10}{6,5} = \frac{y-4,5}{5}$	Варіант 25	$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{7}$
Варіант 11	$\frac{x}{-3} = \frac{y-1,5}{5}$	Варіант 26	$\frac{x+1}{7} = \frac{y-2}{5}$
Варіант 12	$\frac{x+8}{-3} = \frac{y+4,5}{5}$	Варіант 27	$\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-3}$
Варіант 13	$\frac{x-\frac{1}{3}}{4} = \frac{y+3}{5}$	Варіант 28	$\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1}$
Варіант 14	$\frac{x+\frac{1}{5}}{5} = \frac{y-3,2}{2}$	Варіант 29	$\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2}$
Варіант 15	$\frac{x}{5} = \frac{y-3,1}{9}$	Варіант 30	$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-6}{5}$

**Завдання 4.2.** Задано координати вершин трикутника  $ABC$ .  
Необхідно:

- 1) обчислити периметр трикутника  $ABC$ ;
- 2) записати рівняння сторін  $AB$  і  $AC$ ;
- 3) обчислити внутрішній кут  $A$  трикутника  $ABC$ ;

- 4) записати рівняння висоти  $CD$ ;
- 5) обчислити довжину  $CD$ ;
- 6) навести креслення.

Варіант	$A(x; y)$	$B(x; y)$	$C(x; y)$
Варіант 1	(1; 2)	(- 2; 3)	(- 3; - 5)
Варіант 2	(1; 6)	(- 3; 7)	(- 2; - 7)
Варіант 3	(3; 2)	(- 1; 9)	(- 4; - 5)
Варіант 4	(6; 7)	(- 4; 10)	(- 6; - 8)
Варіант 5	(3; 8)	(- 8; 2)	(- 1; - 10)
Варіант 6	(5; 9)	(- 7; 11)	(- 2; - 9)
Варіант 7	(1; 10)	(- 6; 8)	(- 7; - 5)
Варіант 8	(5; 5)	(- 7; 12)	(- 5; - 5)
Варіант 9	(- 3; 5)	(- 12; - 5)	(6; - 1)
Варіант 10	(- 1; 6)	(- 1; - 6)	(5; - 2)
Варіант 11	(- 2; 7)	(- 4; - 5)	(16; - 1)
Варіант 12	(- 3; 9)	(- 9; - 2)	(7; - 3)
Варіант 13	(- 4; 8)	(- 7; - 3)	(4; - 2)
Варіант 14	(0; 5)	(- 8; - 5)	(5; - 1)
Варіант 15	(- 1; 10)	(0; - 5)	(11; - 4)
Варіант 16	(- 4; 5)	(- 10; - 3)	(12; - 2)
Варіант 17	(- 6; - 1)	(6; - 3)	(8; 4)
Варіант 18	(- 8; - 3)	(7; - 3)	(10; 4)
Варіант 19	(- 12; - 1)	(8; - 2)	(9; 6)
Варіант 20	(- 6; - 11)	(12; - 4)	(6; 7)
Варіант 21	(- 2; - 3)	(6; - 5)	(7; 14)
Варіант 22	(- 10; - 2)	(14; - 3)	(18; 4)
Варіант 23	(- 9; - 8)	(9; - 7)	(5; 5)
Варіант 24	(- 8; - 7)	(10; - 3)	(3; 7)
Варіант 25	(6; - 5)	(6; 7)	(- 6; 5)
Варіант 26	(3; 0)	(1; 2)	(- 1; 4)
Варіант 27	(7; 0)	(4; 7)	(- 6; 8)
Варіант 28	(11; - 5)	(0; 8)	(- 2; 7)
Варіант 29	(7; - 6)	(0; 9)	(- 12; 5)
Варіант 30	(10; - 5)	(6; 8)	(- 6; 0)

**Завдання 4.3.** За умови, що функція попиту має вигляд  $q = q(p)$ , а функція пропозиції  $s = s(p)$ , визначити *рівноважну ціну*. Навести креслення.

**Зауваження.** Візьмемо деякий товар. За даної ціни  $p$  за одиницю товару через  $s(p)$  позначимо кількість одиниць товару, які продавці на ринку пропонують для продажу. Функцію  $s = s(p)$  називають *функцією пропозиції товару*. Через  $q(p)$  позначимо кількість одиниць товару, які покупці бажають купити за даною ціною  $p$ . Функцію  $q = q(p)$  називають *функцією попиту на товар*. Ціну, за якою попит на даний товар дорівнює пропозиції цього товару на ринку, називають *рівноважною ціною*, а саму точку  $E(p^*, q^*)$  – *точкою рівноваги*.

Варіант	Рівняння функції попиту і функції пропозиції
Варіант 1	$q = -5p + 40, s = 7,5p - 10$
Варіант 2	$q = -2p + 18, s = 7p + 16$
Варіант 3	$q = -3p + 74, s = 4p + 21$
Варіант 4	$q = -p + 150, s = 3p - 174$
Варіант 5	$q = -p + 10, s = 2p - 5$
Варіант 6	$q = -2p + 10, s = p - 2$
Варіант 7	$q = -4p + 320, s = 5p + 50$
Варіант 8	$q = -2p + 14, s = p + 2$
Варіант 9	$q = -5p + 20, s = p - 1$
Варіант 10	$q = -2p + 1500, s = p - 600$
Варіант 11	$q = -2p + 24, s = 3p + 9$
Варіант 12	$q = -3p + 30, s = p + 10$
Варіант 13	$q = -2p + 12, s = p - 3$
Варіант 14	$q = -5p + 25, s = 3p - 9$
Варіант 15	$q = -125p + 750, s = 75p + 220$
Варіант 16	$q = -2p + 12, s = 6p - 24$
Варіант 17	$q = -7p + 40, s = 16p - 6$
Варіант 18	$q = -3p + 20, s = 2p - 5$
Варіант 19	$q = -p + 8, s = 2p - 4$
Варіант 20	$q = -p + 100, s = 2p - 50$
Варіант 21	$q = -p + 9, s = 2p - 6$
Варіант 22	$q = -p + 6, s = p - 2$
Варіант 23	$q = -160p + 2800, s = 140p + 1600$

Варіант 24	$q = -2p + 70, s = p + 10$
Варіант 25	$q = -2p + 30, s = 3p - 10$
Варіант 26	$q = -350p + 4750, s = 100p + 1600$
Варіант 27	$q = -p + 500, s = 2p - 100$
Варіант 28	$q = -0,5p + 200, s = 2p - 50$
Варіант 29	$q = -p + 12, s = p - 2$
Варіант 30	$q = -p + 7, s = p + 3$

**Завдання 4.4.** Транспортні витрати  $y$  (грош. од.) на перевезення одиниці вантажу залізничним та автомобільним транспортом на відстань  $x$ , кратну 10 км, визначаються функціями  $y = f_1(x)$  і  $y = f_2(x)$  відповідно. Побудувати графіки транспортних витрат і визначити, для яких відстаней вигідніше перевозити автомобільним або залізничним транспортом.

Варіант	$y = f_1(x), y = f_2(x)$
Варіант 1	$f_1(x) = 0,5x + 10, f_2(x) = x + 5$
Варіант 2	$f_1(x) = 0,2x + 6, f_2(x) = 0,3x + 4$
Варіант 3	$f_1(x) = 0,2x + 9, f_2(x) = 0,3x + 4$
Варіант 4	$f_1(x) = x + 2, f_2(x) = 0,1x + 10$
Варіант 5	$f_1(x) = 0,3x + 5, f_2(x) = 0,2x + 9$
Варіант 6	$f_1(x) = 0,2x + 4, f_2(x) = 0,1x + 6$
Варіант 7	$f_1(x) = 0,1x + 10, f_2(x) = 0,3x + 4$
Варіант 8	$f_1(x) = 0,2x + 8, f_2(x) = 0,5x + 5$
Варіант 9	$f_1(x) = 0,1x + 10, f_2(x) = x + 6$
Варіант 10	$f_1(x) = 0,1x + 5, f_2(x) = 0,2x + 1$
Варіант 11	$f_1(x) = 0,1x + 9, f_2(x) = 0,2x + 4$
Варіант 12	$f_1(x) = 0,2x + 6, f_2(x) = 0,1x + 9$
Варіант 13	$f_1(x) = 0,2x + 10, f_2(x) = x + 6$
Варіант 14	$f_1(x) = 0,1x + 9, f_2(x) = x + 1$
Варіант 15	$f_1(x) = 0,3x + 7, f_2(x) = 0,1x + 8$
Варіант 16	$f_1(x) = x + 2, f_2(x) = 0,2x + 7$
Варіант 17	$f_1(x) = 0,5x + 2, f_2(x) = 0,3x + 5$
Варіант 18	$f_1(x) = 0,2x + 3, f_2(x) = 0,1x + 9$
Варіант 19	$f_1(x) = x + 9, f_2(x) = 0,2x + 10$
Варіант 20	$f_1(x) = x + 1, f_2(x) = 0,2x + 3$

Варіант 21	$f_1(x) = 0,3x + 8, f_2(x) = 0,2x + 9$
Варіант 22	$f_1(x) = 0,2x + 9, f_2(x) = x + 6$
Варіант 23	$f_1(x) = 0,5x + 2, f_2(x) = 0,1x + 5$
Варіант 24	$f_1(x) = 0,5x + 6, f_2(x) = 0,3x + 9$
Варіант 25	$f_1(x) = 0,3x + 3, f_2(x) = 0,2x + 10$
Варіант 26	$f_1(x) = 0,3x + 4, f_2(x) = 0,1x + 8$
Варіант 27	$f_1(x) = 0,3x + 1, f_2(x) = 0,1x + 10$
Варіант 28	$f_1(x) = 0,5x + 3, f_2(x) = 0,3x + 5$
Варіант 29	$f_1(x) = 0,1x + 7, f_2(x) = 0,3x + 4$
Варіант 30	$f_1(x) = 0,3x + 1, f_2(x) = 0,2x + 2$

### Завдання 4.5. Криві другого порядку.

Варіант 1	Побудувати параболу $y^2 = 4(x + 1)$
Варіант 2	Побудувати еліпс $\frac{(x - 2)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
Варіант 3	Побудувати параболу $x^2 = 16(y + 2)$
Варіант 4	Рівняння еліпса має вигляд $9x^2 + 5y^2 = 45$ . Знайти його велику і малу осі
Варіант 5	Рівняння гіперболи має вигляд $16x^2 - 9y^2 = 144$ . Знайти її дійсну та уявну осі
Варіант 6	Побудувати еліпс $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
Варіант 7	Побудувати параболу $x^2 = 16y$
Варіант 8	Рівняння гіперболи має вигляд $9x^2 - 16y^2 = 144$ . Знайти її дійсну та уявну осі
Варіант 9	Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відстань між її фокусами дорівнює $2c = 20$ , а її дійсна вісь $2a = 16$
Варіант 10	Побудувати еліпс $\frac{(x + 2)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
Варіант 11	Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відомо, що відстань між його фокусами дорівнює $2c = 8$ , а велика вісь $2a = 10$
Варіант 12	Знайти велику і малу осі еліпса $25x^2 + 144y^2 = 169$

Варіант 13	Обчислити ексцентриситет еліпса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
Варіант 14	Побудувати еліпс $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$
Варіант 15	Рівняння еліпса має вигляд $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Знайти його велику і малу осі
Варіант 16	Рівняння гіперболи має вигляд $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ . Обчислити ексцентриситет
Варіант 17	Побудувати еліпс $\frac{x^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$
Варіант 18	Дано рівняння еліпса $25x^2 + 100y^2 - 2500 = 0$ . Знайти довжини півосей
Варіант 19	Дано рівняння еліпса $x^2 + 25y^2 - 25 = 0$ . Знайти довжини півосей
Варіант 20	Дано рівняння еліпса $x^2 + 36y^2 - 36 = 0$ . Знайти довжини півосей
Варіант 21	Дано рівняння еліпса $25x^2 + 100y^2 - 2500 = 0$ . Обчислити ексцентриситет
Варіант 22	Дано рівняння еліпса $x^2 + 25y^2 - 25 = 0$ . Обчислити ексцентриситет
Варіант 23	Дано рівняння еліпса $x^2 + 36y^2 - 36 = 0$ . Обчислити ексцентриситет
Варіант 24	Обчислити ексцентриситет гіперболи $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
Варіант 25	Обчислити ексцентриситет гіперболи $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
Варіант 26	Обчислити ексцентриситет гіперболи $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

Варіант 27	Побудувати гіперболу $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
Варіант 28	Побудувати гіперболу $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
Варіант 29	Побудувати гіперболу $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$
Варіант 30	Побудувати параболу $y^2 = -4(x+1)$

## ЗАВДАННЯ 5. Диференціальне числення функції однієї змінної

### Завдання 5.1. Продиференціювати задані функції.

Варіант	Функції
Варіант 1	1) $y = \sin(2x-1)$ , 2) $y = 3^{2x+5}$ , 3) $y = \ln(4x-3)$ , 4) $y = \sqrt{\arcsin x}$ , 5) $y = (3x+7)^2 + 5$ , 6) $y = \sin^2 x$ , 7) $y = \operatorname{tg} \sqrt{x}$ , 8) $y = (x^2 + 3x - 4) \cdot \arccos x^3$ , 9) $y = \frac{\ln x}{e^{2x} + 1}$ , 10) $y = (x)^{\sin x}$
Варіант 2	1) $y = \cos(4x-1)$ , 2) $y = e^{2x+5}$ , 3) $y = \operatorname{tg}(4x-3)$ , 4) $y = \sqrt{\ln x}$ , 5) $y = (2x+9)^{10} + 1$ , 6) $y = \arcsin^2 x$ , 7) $y = \sin \sqrt{x}$ , 8) $y = (x^3 + 3x^2 - 1) \cdot \operatorname{arctg} x^3$ , 9) $y = \frac{\ln x}{4^{2x} + 1}$ , 10) $y = (\sin x)^x$
Варіант 3	1) $y = \sqrt{(2x-1)}$ , 2) $y = 7^{3x+5}$ , 3) $y = \arccos(2x-3)$ , 4) $y = e^{\sqrt{x}}$ , 5) $y = (7x+4)^2 + 5$ , 6) $y = \sin^3 x$ , 7) $y = \ln \sqrt{x+1}$ , 8) $y = (x^4 + 3x - 4) \cdot \arcsin x^3$ , 9) $y = \frac{\ln 2x}{e^{3x} + 1}$ , 10) $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$
Варіант 4	1) $y = \arcsin 3x$ , 2) $y = e^{3x^2+4}$ , 3) $y = \operatorname{tg}(x^2-3)$ , 4) $y = 4^{\sqrt{x}}$ , 5) $y = (2x+7)^2 + 5x$ , 6) $y = \operatorname{ctg}^3 x$ , 7) $y = \cos \sqrt{x+3}$ , 8) $y = (2x^3 + 3x - 5) \cdot \operatorname{arctg} x^4$ , 9) $y = \sqrt{\frac{2x}{e^x + 1}}$ , 10) $y = (\operatorname{tg} x + 1)^x$

Варіант 5	<p>1) <math>y = \sin(3x - 1)</math>, 2) <math>y = 5^{3x^2 + 4}</math>, 3) <math>y = \operatorname{arcctg}(x^2 - 3)</math>,</p> <p>4) <math>y = \ln(4\sqrt{x} - 5)</math>, 5) <math>y = \cos^2 x + 5x</math>, 6) <math>y = e^{\operatorname{tg}^2 x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \cos(x^5 + 4x - 1)</math>, 8) <math>y = \sqrt{(2x^3 - 2x - 5)} \cdot \operatorname{arctg} x^4</math>,</p> <p>9) <math>y = \frac{3^x + x^3}{\sqrt{x + 4}}</math>, 10) <math>y = (\operatorname{tg} x + 1)^{x^2}</math></p>
Варіант 6	<p>1) <math>y = \ln(3x + 2)</math>, 2) <math>y = 4^{3x^2 + 4}</math>, 3) <math>y = \operatorname{arctg}(7x - 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = e^{4 - x^2}</math>, 5) <math>y = \sqrt{\cos x + 5x}</math>, 6) <math>y = 10^{\operatorname{tg}^2 x} + 25</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin(x^2 + 4x - 1)</math>, 8) <math>y = \sqrt{(2x^3 - 2x - 5)} \cdot \operatorname{arctg} x</math>,</p> <p>9) <math>y = \frac{5^x + e + x^3}{\sqrt{x + 4}}</math>, 10) <math>y = (x + 1)^{x^2}</math></p>
Варіант 7	<p>1) <math>y = \sin(3x + 2)</math>, 2) <math>y = 9^{2x + 1}</math>, 3) <math>y = \operatorname{tg}(4x - 3)</math>,</p> <p>4) <math>y = \sqrt{\arccos(3x)}</math>, 5) <math>y = (x^3 + 7)^2 + 5x</math>, 6) <math>y = \sin x^3</math>,</p> <p>7) <math>y = \operatorname{tg}(e^{3x})</math>, 8) <math>y = (\ln x - 4) \cdot \operatorname{tg} x^3</math>, 9) <math>y = \frac{\arcsin x}{e^{5x} + 1}</math>,</p> <p>10) <math>y = (x + \ln x)^{\sin x}</math></p>
Варіант 8	<p>1) <math>y = \ln(4x + 5)</math>, 2) <math>y = 3^{2x + 5}</math>, 3) <math>y = \arcsin(3x + 7)</math>,</p> <p>4) <math>y = \sqrt{\operatorname{tg} x}</math>, 5) <math>y = (3x + 5)^6 + x^2</math>, 6) <math>y = \ln^2 x</math>, 7) <math>y = \sin \sqrt{x}</math>,</p> <p>8) <math>y = (x^3 - 1) \cdot \operatorname{arctg} 2x</math>, 9) <math>y = \frac{\ln 2x}{4^{2x} + 1}</math>, 10) <math>y = (\sin x - 1)^x</math></p>
Варіант 9	<p>1) <math>y = \ln(2x + 7)</math>, 2) <math>y = 10^{x^2 + 4}</math>, 3) <math>y = \arcsin(x^2 - 1)</math>,</p> <p>4) <math>y = \ln(\sqrt{x} - 5x)</math>, 5) <math>y = \operatorname{tg}^5 x + 5x</math>, 6) <math>y = e^{\cos^2 x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin(x^3 - x - 1)</math>, 8) <math>y = (4x - 1)^2 \cdot \operatorname{arctg} x^4</math>,</p> <p>9) <math>y = \frac{4^x + x^3}{\sin x}</math>, 10) <math>y = (5x + 1)^{x^2}</math></p>



Варіант 10	<p>1) <math>y = \cos(5x + 7)</math>, 2) <math>y = 5^{x^2+1}</math>, 3) <math>y = \sin(x^2 - 1)</math>,</p> <p>4) <math>y = \ln(\operatorname{tg}x - 5x)</math>, 5) <math>y = \operatorname{arctg}^5 x</math>, 6) <math>y = e^{\cos x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin(\pi - x - 1)</math>, 8) <math>y = (3x + 7)^2 \cdot \ln x</math>, 9) <math>y = \frac{10^x + x}{\arcsin x}</math>,</p> <p>10) <math>y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)^{x^2}</math></p>
Варіант 11	<p>1) <math>y = \ln(4x + 9)</math>, 2) <math>y = 5^{x^2+4}</math>, 3) <math>y = \operatorname{arctg}(2x - 11)</math>,</p> <p>4) <math>y = e^{4x-x^2}</math>, 5) <math>y = \sqrt{\sin x + 2x}</math>, 6) <math>y = 10^{\operatorname{tg}x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin(x^2 + 5x)</math>, 8) <math>y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg}x</math>, 9) <math>y = \frac{2^x + x^3}{\sqrt{x+1}}</math>,</p> <p>10) <math>y = (2x + 1)^{x^2}</math></p>
Варіант 12	<p>1) <math>y = \cos(7x + 5)</math>, 2) <math>y = 9^{2x+5}</math>, 3) <math>y = \arccos(2x + 7)</math>,</p> <p>4) <math>y = \sqrt{\operatorname{ctg}x}</math>, 5) <math>y = (4x + 5)^6</math>, 6) <math>y = \ln^9 x</math>, 7) <math>y = \sin(3x^6 + 1)</math>,</p> <p>8) <math>y = (e^{3x} - 1) \cdot \operatorname{arctg} 2x</math>, 9) <math>y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{7x} + 1}</math>, 10) <math>y = (\sin x)^{x^2+1}</math></p>
Варіант 13	<p>1) <math>y = \operatorname{tg}(4x + 7)</math>, 2) <math>y = 6^{x^2+3}</math>, 3) <math>y = \ln(x^2 + 1)</math>,</p> <p>4) <math>y = \cos(\operatorname{tg}x - 5x)</math>, 5) <math>y = (\operatorname{arctg}x)^5</math>, 6) <math>y = e^{\cos \frac{x}{3}}</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin(\pi + x)</math>, 8) <math>y = \left(\frac{3}{2}x + 7\right)^2 \cdot \ln x</math>, 9) <math>y = \frac{10^x + x^{10}}{\operatorname{tg}x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (x^3 + 1)^{x^2}</math></p>
Варіант 14	<p>1) <math>y = \cos(8x + 7)</math>, 2) <math>y = 5^{6x+1}</math>, 3) <math>y = \sin(3x^2 - 1)</math>,</p> <p>4) <math>y = \ln(1 - 5x)</math>, 5) <math>y = \operatorname{tg}^3 x</math>, 6) <math>y = e^{\cos 2x}</math>, 7) <math>y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)</math>,</p> <p>8) <math>y = (x + 7)^2 \cdot \ln 3x</math>, 9) <math>y = \frac{3^x + 3x}{\arcsin x}</math>, 10) <math>y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)^{\operatorname{tg}x}</math></p>

ВаріАНТ 15	1) $y = \cos\left(\frac{8x}{5} + 7\right)$ , 2) $y = 15^{6x+1}$ , 3) $y = \operatorname{arctg}(3x + 1)$ , 4) $y = \ln(1 - 3x)$ , 5) $y = \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$ , 6) $y = e^{\cos \frac{2}{3}x}$ , 7) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ , 8) $y = (x + 7)^2 \cdot \sin 3x$ , 9) $y = \frac{3^x - \ln 3x}{\arcsin x}$ , 10) $y = (\sin^2 x + 1)^{\operatorname{tg}x}$
ВаріАНТ 16	1) $y = \cos\left(\frac{7}{3}x + 5\right)$ , 2) $y = 9^{5-2x}$ , 3) $y = \ln(2x + 7)$ , 4) $y = \sqrt{\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x}$ , 5) $y = \left(\frac{4}{5}x + 5\right)^6$ , 6) $y = \ln^{10}(x + 2)$ , 7) $y = \sin(3x + 1)$ , 8) $y = (e^{5x} - x) \cdot \operatorname{arctg} 3x$ , 9) $y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{7x} + 7x}$ , 10) $y = (\ln x)^{5x}$
ВаріАНТ 17	1) $y = \cos(7 - 8x)$ , 2) $y = 5^{-6x+1}$ , 3) $y = \arcsin(3x - 1)$ , 4) $y = \ln(\cos x)$ , 5) $y = (\operatorname{tg} x)^{\frac{1}{3}}$ , 6) $y = e^{\operatorname{arctg} x}$ , 7) $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{x}\right)$ , 8) $y = \left(\frac{1}{3}x + 7\right)^2 \cdot \ln 3x$ , 9) $y = \frac{3^x + \operatorname{tg} x}{\arcsin x}$ , 10) $y = (\ln x)^{\operatorname{tg}x}$
ВаріАНТ 18	1) $y = \ln\left(\frac{x}{5} + 7\right)$ , 2) $y = 11^{6x+1}$ , 3) $y = \operatorname{arctg}(4x + 1)$ , 4) $y = \ln(1 - 3x^2)$ , 5) $y = \sqrt{\sin^3 x}$ , 6) $y = e^{\cos \frac{7}{3}x}$ , 7) $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ , 8) $y = (4x + 7)^2 \cdot \sin 3x$ , 9) $y = \frac{3^x - \ln 3x}{\ln x}$ , 10) $y = (x)^{\operatorname{tg}x}$
ВаріАНТ 19	1) $y = \sin\left(7 - \frac{x}{3}\right)$ , 2) $y = 5^{-x+1}$ , 3) $y = \ln \arcsin(3x)$ , 4) $y = \cos \ln x$ , 5) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\frac{4}{3}}$ , 6) $y = e^{3\operatorname{tg}x}$ , 7) $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}x\right)$ , 8) $y = \left(\frac{1}{3}x^3 + 7\right)^2 \cdot \ln x$ , 9) $y = \frac{3^x + x}{\ln x}$ , 10) $y = (3 + \ln x)^{\operatorname{tg}x}$

Варіант 20	<p>1) <math>y = \operatorname{tg}\left(-\frac{7}{3}x + 5\right)</math>, 2) <math>y = 9^{5-2x}</math>, 3) <math>y = \arccos(2x - 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = \operatorname{arctg}(x^7 + 6x - 2)</math>, 5) <math>y = (e^x + 5)^6</math>, 6) <math>y = \ln^3(4x + 2)</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin^5(3x + 1)</math>, 8) <math>y = (e^{1-3x} - x) \cdot \operatorname{arctg} 5x</math>, 9) <math>y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{e^{-4x} + 7x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (\sin x)^{1-5x}</math></p>
Варіант 21	<p>1) <math>y = \sin\left(7x - \frac{x}{5}\right)</math>, 2) <math>y = 11^{6x + \sqrt{x}}</math>, 3) <math>y = \operatorname{arctg}(1 - 5x)</math>,</p> <p>4) <math>y = \ln(8x - 3x^2)</math>, 5) <math>y = \sin\left(\ln\left(\frac{x}{5}\right)\right)</math>, 6) <math>y = e^{\cos \frac{7}{3}x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \operatorname{arctg}\left(\frac{\pi^2}{2} - 2x\right)</math>, 8) <math>y = (4x + 7)^2 \cdot \sqrt{\sin 3x}</math>,</p> <p>9) <math>y = \frac{3^{2x} - \ln 3x}{\cos x}</math>, 10) <math>y = \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)^{1-3x}</math></p>
Варіант 22	<p>1) <math>y = \sin\left(-\frac{7}{3}x + 5\right)</math>, 2) <math>y = 9^{3-x}</math>, 3) <math>y = \arccos(2x^2 - 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = \operatorname{arctg}(x^7 + 6\sqrt{x})</math>, 5) <math>y = (x^5 + 5)^6</math>, 6) <math>y = \ln(2 - 9x)</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin^5\left(\frac{3x}{4} + 1\right)</math>, 8) <math>y = (e^{1-3x} - x) \cdot \operatorname{arctg} 2x</math>,</p> <p>9) <math>y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{e^{-4x} + \ln x}</math>, 10) <math>y = (1 + 3\sin x)^{5x}</math></p>
Варіант 23	<p>1) <math>y = \operatorname{ctg}\left(-\frac{7}{3}x + 5\right)</math>, 2) <math>y = 9^{1-\sin x}</math>, 3) <math>y = \arccos(2x + 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = \sin(x^7 + 6\sqrt{x})</math>, 5) <math>y = \cos^6 x + e^2</math>, 6) <math>y = \ln\left(2 - \frac{9}{7}x\right)</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin\left(\frac{3x}{4} + 1\right)</math>, 8) <math>y = (e^{1-3x} - 4) \cdot \operatorname{arctg} x</math>, 9) <math>y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{4x + \ln x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (1 + 3\sin x)^{\sqrt{x}}</math></p>

Варіант 24	<p>1) <math>y = \operatorname{tg}\left(-\frac{2}{3}x + 5\right)</math>, 2) <math>y = e^{\frac{1}{1+x}}</math>, 3) <math>y = \arccos^2(x - 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = \operatorname{arctg}(4x + 1)</math>, 5) <math>y = (\sin x + 5)^6</math>, 6) <math>y = \ln(2 - 9x^2)</math>,</p> <p>7) <math>y = \sin\left(\frac{3x}{4} + 1\right)</math>, 8) <math>y = (e^{1-3x}) \cdot \operatorname{arctg} 3x</math>, 9) <math>y = \frac{\ln 3x}{e^{-4x} + x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (1 + x^2)^{5x}</math></p>
Варіант 25	<p>1) <math>y = 1 - \operatorname{tg}\left(-\frac{2}{3}x + 5\right)</math>, 2) <math>y = 2^{\frac{1}{1+x}}</math>, 3) <math>y = \operatorname{arctg}^2(x - 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = \sin(4x + 1)</math>, 5) <math>y = \ln^6(5x)</math>, 6) <math>y = \ln(2 + x^2)</math>,</p> <p>7) <math>y = \cos\left(\frac{3x}{4} + 1\right)</math>, 8) <math>y = (e^{1-3x}) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{7}x\right)</math>, 9) <math>y = \frac{\ln 3x}{\operatorname{arctg} 5x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (1 + x^2)^{\cos x}</math></p>
Варіант 26	<p>1) <math>y = 1 - \operatorname{tg}(-x + 5)</math>, 2) <math>y = 2^{\sqrt{x}}</math>, 3) <math>y = \arcsin(6x - 9)</math>,</p> <p>4) <math>y = \sin(5x + 1)</math>, 5) <math>y = \sqrt{\ln(5x)}</math>, 6) <math>y = \operatorname{tg}(2 + x^2)</math>,</p> <p>7) <math>y = \cos\left(\frac{3x}{4} + x^2\right)</math>, 8) <math>y = (4^x) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{7}x\right)</math>, 9) <math>y = \frac{x^3 + \ln 3x}{\operatorname{arctg} 5x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (1 + \operatorname{tg} 2x)^{\cos x}</math></p>
Варіант 27	<p>1) <math>y = \cos(3 - 5x)</math>, 2) <math>y = 5^{-2x+1}</math>, 3) <math>y = \arcsin(5x - 1)</math>,</p> <p>4) <math>y = \ln(\cos x) + x</math>, 5) <math>y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{3}}</math>, 6) <math>y = e^{\operatorname{tg} x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{x}\right)</math>, 8) <math>y = \left(\frac{1}{7}x + 7\right)^2 \cdot \ln 3x</math>, 9) <math>y = \frac{3^x + \operatorname{tg} x}{\ln x}</math>,</p> <p>10) <math>y = (1 + \ln x)^{\operatorname{tg} x}</math></p>
Варіант 28	<p>1) <math>y = \sin\left(9 - \frac{x}{5}\right)</math>, 2) <math>y = e^{-x+1}</math>, 3) <math>y = \ln \operatorname{arctg}(3x)</math>,</p> <p>4) <math>y = \cos \ln 2x</math>, 5) <math>y = (\operatorname{ctg} x + 1)^{\frac{4}{3}}</math>, 6) <math>y = 5^{3\operatorname{tg} x}</math>,</p> <p>7) <math>y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}x\right)</math>, 8) <math>y = \left(\frac{1}{3}x^3 + 7\right)^2 \cdot \ln 9x</math>, 9) <math>y = \frac{3^x + x}{\sqrt{\ln x}}</math>,</p> <p>10) <math>y = \left(3 + \frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}</math></p>

Варіант 29	1) $y = \ln(0,5x + 9)$ , 2) $y = 5^{x^2+x}$ , 3) $y = \operatorname{arctg}(3x - 11)$ , 4) $y = e^{4-x^2}$ , 5) $y = \sqrt{\cos x + 2x}$ , 6) $y = e^{\operatorname{tg} x}$ , 7) $y = \sin(3x^2 + 5x)$ , 8) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} 3x$ , 9) $y = \frac{3^x + x^3}{\sqrt{x+1}}$ , 10) $y = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^{\cos x}$
Варіант 30	1) $y = 1 - \operatorname{ctg}\left(-\frac{2}{3}x + 5\right)$ , 2) $y = 7^{\frac{1}{x}+x}$ , 3) $y = \operatorname{arctg}^2(5x - 9)$ , 4) $y = \sin(4x + 1)$ , 5) $y = \ln^5(6x)$ , 6) $y = \ln(2 + x^3)$ , 7) $y = \cos\left(\frac{3x}{4} + x^2\right)$ , 8) $y = \left(e^{1-3x^2}\right) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{7}x\right)$ , 9) $y = \frac{\ln 3x}{\operatorname{arctg} 5x}$ , 10) $y = (1 + x^2)^{\cos 2x}$

**Завдання 5.2.** Функції попиту і пропозиції мають вигляд  $q = q(p)$  та  $s = s(p)$  відповідно, де  $q$  і  $s$  – обсяги товарів,  $p$  – ціна товарів. Потрібно:

- 1) визначити рівноважну ціну;
- 2) обчислити еластичність попиту і пропозиції за рівноважної ціни. Зробити висновок.

**Вказівка.** Величину  $E_x(y)$ , обчислену при заданому значенні  $x$ , називають *коефіцієнтом* або *показником еластичності* й обчислюють за формулою

$$E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot f'(x).$$

Еластичність функції відносно  $x$  дорівнює наближеному процентному приросту функції, що відповідає приросту незалежної змінної на 1 %.

Варіант	Функції $q = q(p)$ та $s = s(p)$
Варіант 1	$q = 8p^2 + 2p + 7, s = 2p + 9$
Варіант 2	$q = \frac{p+8}{p+3}, s = p$
Варіант 3	$q = p^2 + p + 1, s = 0,5p + 3$
Варіант 4	$q = \frac{p+8}{p+2}, s = p + 2$
Варіант 5	$q = p^2 + p + 1, s = p + 2$
Варіант 6	$q = \frac{p+8}{p}, s = p + 3$
Варіант 7	$q = 2p^2 + p - 1, s = p + 7$
Варіант 8	$q = \frac{p+6}{p+1}, s = p + 2$
Варіант 9	$q = p^2 + 2p - 7, s = 6p - 3$
Варіант 10	$q = \frac{p+4}{p}, s = 0,5p$
Варіант 11	$q = p^2 + 8p - 17, s = 6p + 1$
Варіант 12	$q = \frac{p+3}{p}, s = p - 1$
Варіант 13	$q = 2p^2 + p - 9, s = 2p - 1$
Варіант 14	$q = \frac{p+6}{p+1}, s = p - 1$
Варіант 15	$q = 2p^2 + 3p + 6, s = 6p + 17$
Варіант 16	$q = \frac{p+6}{p+1}, s = 4p + 4$
Варіант 17	$q = p^2 + 2p - 3, s = 6p + 1$
Варіант 18	$q = \frac{p+14}{p+2}, s = 0,5p + 1$
Варіант 19	$q = 9p^2 + 6p + 4, s = 3p + 6$
Варіант 20	$q = \frac{p+6}{p+1}, s = 3p + 3$
Варіант 21	$q = 7p^2 + 8p + 1, s = 3p + 13$
Варіант 22	$q = \frac{p+11}{p+3}, s = 0,5p + 3$

Варіант 23	$q = p^2 + 2p - 2, s = p + 10$
Варіант 24	$q = \frac{p+7}{p+1}, s = p + 1$
Варіант 25	$q = 6p^2 + 2p - 4, s = 6p + 10$
Варіант 26	$q = \frac{p+7}{p+2}, s = 2p + 2$
Варіант 27	$q = p^2 + 7p - 21, s = 6p + 9$
Варіант 28	$q = \frac{p+9}{p+1}, s = \frac{1}{3}p + 2$
Варіант 29	$q = 3p^2 + 4p + 1, s = 9p + 3$
Варіант 30	$q = \frac{p+8}{p}, s = 0,25p + 2$

**Завдання 5.3.** Об'єм виробництва продукції описується функцією  $u = u(t)$  одиниць, де  $t$  – календарний місяць року. Потрібно обчислити продуктивність праці та швидкість її зміни:

- 1) наприкінці першого календарного місяця;
- 2) на початок  $i$ -го кварталу.

**Вказівка.** Продуктивність праці за визначенням – це похідна від об'єму виробництва, тобто  $u'(t)$ . Швидкість зміни продуктивності праці – це похідна від продуктивності праці, тобто  $u''(t)$ .

Варіант	Функція $u = u(t)$ , од.
Варіант 1	$u(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4,5t^2 + 2t + 410, i = 1$
Варіант 2	$u(t) = \frac{2}{3}t^3 + t^2 - 9t + 7310, i = 2$
Варіант 3	$u(t) = \frac{4}{3}t^3 - 3,5t^2 - 3t + 1720, i = 3$
Варіант 4	$u(t) = t^3 + 4,5t^2 - 7t + 920, i = 4$
Варіант 5	$u(t) = -1,8t^3 + 10t^2 + 3t + 610, i = 1$
Варіант 6	$u(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 8t + 11220, i = 2$
Варіант 7	$u(t) = 3t^3 - 0,5t^2 + 4t + 230, i = 3$

Варіант 8	$u(t) = \frac{11}{3}t^3 - 2,5t^2 + 4t + 4200, \quad i = 4$
Варіант 9	$u(t) = \frac{1}{3}t^3 - 1,5t^2 + 17t + 924, \quad i = 1$
Варіант 10	$u(t) = \frac{2}{3}t^3 + 2,5t^2 - 11t + 6580, \quad i = 2$
Варіант 11	$u(t) = \frac{2}{3}t^3 - t^2 + 22t + 645, \quad i = 3$
Варіант 12	$u(t) = \frac{4}{3}t^3 - 2,5t^2 + 13t + 372, \quad i = 4$
Варіант 13	$u(t) = \frac{58}{3}t^3 - t^2 + 11t + 450, \quad i = 1$
Варіант 14	$u(t) = \frac{4}{3}t^3 + 0,5t^2 - 5t + 1123, \quad i = 2$
Варіант 15	$u(t) = \frac{5}{3}t^3 - 2,5t^2 + 14t + 5120, \quad i = 3$
Варіант 16	$u(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3,5t^2 - 8t + 940, \quad i = 4$
Варіант 17	$u(t) = \frac{2}{3}t^3 - t^2 + 7t + 1260, \quad i = 1$
Варіант 18	$u(t) = \frac{7}{3}t^3 - 3,5t^2 + 3t + 11600, \quad i = 2$
Варіант 19	$u(t) = \frac{5}{3}t^3 + 1,5t^2 - 4t + 2310, \quad i = 3$
Варіант 20	$u(t) = \frac{11}{3}t^3 + 2,5t^2 - 9t + 6550, \quad i = 4$
Варіант 21	$u(t) = \frac{8}{3}t^3 - 3,5t^2 + 14t + 8310, \quad i = 1$
Варіант 22	$u(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3,5t^2 - 4t + 880, \quad i = 2$
Варіант 23	$u(t) = \frac{5}{3}t^3 - 4,5t^2 + 11t + 10500, \quad i = 3$
Варіант 24	$u(t) = \frac{2}{3}t^3 - 0,5t^2 + 9t + 210, \quad i = 4$
Варіант 25	$u(t) = \frac{8}{3}t^3 + 3,5t^2 - 5t + 1510, \quad i = 1$
Варіант 26	$u(t) = \frac{5}{3}t^3 - 0,5t^2 + 6t + 870, \quad i = 2$



Варіант 27	$u(t) = \frac{7}{3}t^3 + 0,5t^2 - 9t + 755, \quad i = 3$
Варіант 28	$u(t) = 3t^3 + t^2 - 7t + 990, \quad i = 4$
Варіант 29	$u(t) = 5t^3 + 4,5t^2 - 3t + 7300, \quad i = 1$
Варіант 30	$u(t) = \frac{2}{3}t^3 + 8t^2 - 7t + 510, \quad i = 2$

**Завдання 5.4.** Дослідити на монотонність та екстремум задані функції.

Варіант	Функції	
Варіант 1	1) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$	2) $y = x^2 + \frac{2}{x}$
Варіант 2	1) $y = x^3 - 9x^2 + 18x - 5$	2) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$
Варіант 3	1) $y = x^3 - 6x^2 + 2x + 12$	2) $y = \frac{6x^2 - x^4}{9}$
Варіант 4	1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$	2) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$
Варіант 5	1) $y = x^4 - 2x^2 - 25$	2) $y = \frac{1}{x^3 + 3}$
Варіант 6	1) $y = 2x^4 - x^2 - 24$	2) $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$
Варіант 7	1) $y = x^3 - 3x^2 - 12x + 0,5$	2) $y = \frac{x^4 - 3}{x}$
Варіант 8	1) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$	2) $y = \frac{8}{x^2 - 4}$
Варіант 9	1) $y = 4x^5 - 5x^4 + 1,5$	2) $y = \frac{16}{x^2(x - 4)}$
Варіант 10	1) $y = \frac{1}{3}x^3 - 0,5x^2 - 2x + 2,5$	2) $y = \frac{x}{x^2 + 5}$
Варіант 11	1) $y = \frac{1}{3}x^3 + 1,5x^2 - 10x + 7,5$	2) $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$
Варіант 12	1) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2,5x^2 + 9x - 3$	2) $y = \frac{x^3}{3 - x^2}$

Варіант 13	1) $y = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 11$	2) $y = \frac{2x}{1 - x^2}$
Варіант 14	1) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 12$	2) $y = \frac{1}{x} + 4x$
Варіант 15	1) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 24$	2) $y = \frac{4}{x + 2} + x$
Варіант 16	1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 45$	2) $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$
Варіант 17	1) $y = x^3 - 3x^2 + 4,5$	2) $y = \frac{4}{x} + \frac{1}{x^4}$
Варіант 18	1) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 7$	2) $y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$
Варіант 19	1) $y = -2x^3 + 6x^2 - 12$	2) $y = \frac{12}{x^2 - 4}$
Варіант 20	1) $y = -\frac{1}{6}x^3 - x^2 + 2,5x - 1,5$	2) $y = (x^2 - 1)^3$
Варіант 21	1) $y = -0,5x^4 + x^2 + 5,5$	2) $y = \frac{5x}{4 - x^2}$
Варіант 22	1) $y = 4x^3 - 12x^2 - 12$	2) $y = \frac{x}{(x - 1)^2}$
Варіант 23	1) $y = -x^3 + 3x + 8$	2) $y = \frac{2 + x}{(x + 1)^2}$
Варіант 24	1) $y = \frac{2}{3}x^3 - 8x^2 + 25$	2) $y = \frac{2 + x}{x^3}$
Варіант 25	1) $y = -x^3 + 3x^2 + 3x + 9$	2) $y = \frac{1 - x^3}{x^2}$
Варіант 26	1) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$	2) $y = \frac{4 + x}{x^2}$
Варіант 27	1) $y = 3x^4 - 4x^3 - 5$	2) $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$
Варіант 28	1) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 45$	2) $y = \frac{x^2}{x - 1}$
Варіант 29	1) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 7$	2) $y = x + \frac{x}{3x - 1}$

Варіант 30	1) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{5}{6}x^3 + 2x^2 - 5$	2) $y = x + \frac{4}{x+2}$
------------	--	----------------------------

**Завдання 5.5.** Знайти найбільше та найменше значення функції  $y = f(x)$  на відрізку  $[a; b]$ .

Варіант	$y = f(x), [a; b]$
Варіант 1	$y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1, [-3; 3]$
Варіант 2	$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}, [1; 4]$
Варіант 3	$y = \frac{1}{3}x^3 + x^2, [-4; -1]$
Варіант 4	$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}, [-4; 1]$
Варіант 5	$y = x^4 - 8x^2 - 9, [-3; 3]$
Варіант 6	$y = \frac{4 - x^2}{4 + x^2}, [-1; 3]$
Варіант 7	$y = -\frac{2}{3}x^3 + 2x - \frac{4}{3}, [-1,5; 1,5]$
Варіант 8	$y = (x - 2)(x + 1)^2, [-1,5; 1,5]$
Варіант 9	$y = 4x^2 + 4, [-1; 2]$
Варіант 10	$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, [1; 4]$
Варіант 11	$y = 4 - x - \frac{4}{x^2}, [1; 4]$
Варіант 12	$y = 2\sqrt{x} - x, [0; 4]$
Варіант 13	$y = x - 4\sqrt{x} + 5, [1; 9]$
Варіант 14	$y = \frac{10x}{1 + x^2}, [0; 3]$
Варіант 15	$y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59, [2; 4]$
Варіант 16	$y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}, [-1; 2]$
Варіант 17	$y = x - 4\sqrt{x+2} + 8, [-1; 7]$

Варіант 18	$y = \frac{4x}{4+x^2}, [-4; 2]$
Варіант 19	$y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8, [-4; -1]$
Варіант 20	$y = 2\sqrt{x-1} - x + 2, [1; 5]$
Варіант 21	$y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15, [0,5; 2]$
Варіант 22	$y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15, [-2; -0,5]$
Варіант 23	$y = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 30, [-2; 4]$
Варіант 24	$y = (x-27) \cdot e^{28-x}, [23; 40]$
Варіант 25	$y = x^3 - 2x^2 + 3, [-1; 0]$
Варіант 26	$y = x^3 - 4x^2 - 3x + 1, [-1; 1]$
Варіант 27	$y = (x-8) \cdot e^{x-7}, [6; 8]$
Варіант 28	$y = x^3 - 3x + 4, [-2; 0]$
Варіант 29	$y = (x-6) \cdot e^{x-5}, [4; 6]$
Варіант 30	$y = x^3 - 18x^2 + 11, [-3; 3]$

## ЗАВДАННЯ 6. Диференціальне числення функції кількох змінних

**Завдання 6.1.** Задана функція  $Z = f(x; y)$ . Знайти :

- 1) частинні похідні першого порядку;
- 2) градієнт функції  $Z = f(x; y)$  в точці  $M_0(x_0; y_0)$ ;
- 3) похідну функції  $Z = f(x; y)$  за напрямком вектора  $\vec{a}(a_x; a_y)$  в точці  $M_0(x_0; y_0)$ .

Варіант	$Z = f(x; y), M_0(x_0; y_0), \vec{a}(a_x; a_y)$
Варіант 1	$Z = 4xy - 3x^2y^3 - 7, M_0(1;1), \vec{a}(-3;4)$
Варіант 2	$Z = 0,5x^2y - 2y^2 + 4, M_0(0;-1), \vec{a}(2;-1)$

Варіант 3	$Z = -xy^3 + 3x^2 - 4y, M_0(2;1), \vec{a}(3;-4)$
Варіант 4	$Z = 5x^2y^3 - 3y^3 + x^2, M_0(-1;1), \vec{a}(2;3)$
Варіант 5	$Z = -3xy^4 + x^2y + y^2 + 5, M_0(2;1), \vec{a}(-12;5)$
Варіант 6	$Z = xy^2 + 1,5x^2y^4 + xy - 7, M_0(2;-1), \vec{a}(3;4)$
Варіант 7	$Z = \frac{1}{3}y^3 + 2xy^5 - x^4 + 1, M_0(2;-1), \vec{a}(-4;-3)$
Варіант 8	$Z = \frac{2}{3}x^3y^4 - 2xy + 25, M_0(1;-1), \vec{a}(2;3)$
Варіант 9	$Z = 3x^2y - 2xy^3 + 4, M_0(2;1), \vec{a}(4;-3)$
Варіант 10	$Z = -2xy^3 + 4x^3y^2 + xy + 16, M_0(1;1), \vec{a}(1;-2)$
Варіант 11	$Z = 0,5x^2 + xy^4 - xy + 11, M_0(1;0), \vec{a}(-3;-4)$
Варіант 12	$Z = y^3 - 0,5x^2y^2 + x^3 - 3, M_0(2;1), \vec{a}(-5;12)$
Варіант 13	$Z = 3x^2y - 0,25y^4 + y^3 - 7x, M_0(1;2), \vec{a}(5;12)$
Варіант 14	$Z = -x^2y + 2y^3 + x^4 - 16, M_0(1;-2), \vec{a}(-3;4)$
Варіант 15	$Z = -x^3 + 2x^2y + y^3 + 3,5, M_0(0;2), \vec{a}(2;1)$
Варіант 16	$Z = xy + 6x^2y - xy^2 - 7,4, M_0(1;0), \vec{a}(2;1)$
Варіант 17	$Z = 0,5y^2 - x^3y + y + 10,5, M_0(-1;3), \vec{a}(-3;4)$
Варіант 18	$Z = xy - 0,5x^2y^2 + y^3 - x, M_0(2;1), \vec{a}(3;-4)$
Варіант 19	$Z = x^2y - xy^2 - xy + y, M_0(0;-1), \vec{a}(2;1)$
Варіант 20	$Z = 2y^3 + 3x^2y + 4, M_0(2;-1), \vec{a}(1;2)$
Варіант 21	$Z = 0,5x^2y + xy^4 - xy + 6, M_0(-2;1), \vec{a}(2;-1)$
Варіант 22	$Z = xy^3 - 0,5x^3y^2 + 0,5, M_0(-2;1), \vec{a}(-5;12)$
Варіант 23	$Z = 3x^2y + xy^4 - 1, M_0(2;1), \vec{a}(-4;-3)$
Варіант 24	$Z = -xy^2 + xy^3 - x^2y + 2,5, M_0(-1;-2), \vec{a}(3;-4)$

Варіант 25	$Z = -x^3 + x^2y + y^4 - 5, M_0(2;0), \vec{a}(-3;4)$
Варіант 26	$Z = 4xy + x^2y + xy^5 - 4, M_0(0;1), \vec{a}(-3;-4)$
Варіант 27	$Z = -xy^2 - x^2y - y^3 + 10, M_0(-1;-3), \vec{a}(3;5)$
Варіант 28	$Z = -0,5xy + x^2y^2 + 4, M_0(-2;1), \vec{a}(1;4)$
Варіант 29	$Z = -x^2y + xy^3 - xy + 11, M_0(-1;3), \vec{a}(6;8)$
Варіант 30	$Z = -3y^3 - 3x^2 + 2xy^5 + 7,5, M_0(-2;1), \vec{a}(1;2)$

**Завдання 6.2.** Випуск деякого товару характеризується виробничою функцією  $Z = f(x; y)$ , де  $x$  та  $y$  – чинники виробництва. Обчислити еластичність  $E_x(Z)$  та  $E_y(Z)$  при  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ . Зробити висновок. Всі розрахунки округлити до третього знака після коми.

**Вказівка.** Відомо, що еластичність обчислюється за формулою

$$E_x(Z) = \frac{x}{Z} \cdot \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad E_y(Z) = \frac{y}{Z} \cdot \frac{\partial Z}{\partial y}$$

та вказує, на скільки процентів змінюється виробнича функція при зміні відповідного чинника на 1 % за умови, що інший чинник не змінюється.

Варіант	$Z = f(x; y), x_0, y_0$
Варіант 1	$Z = 4xy - 3x^2y^3 + 2x + y, x_0 = 1, y_0 = 1$
Варіант 2	$Z = 0,5x^2y - 2y^2 + 4x, x_0 = 1, y_0 = 1,5$
Варіант 3	$Z = xy^3 + 3x^2 - 4yx, x_0 = 1,5, y_0 = 1$
Варіант 4	$Z = 5x^2y^3 - 3y^3 + x^2 + xy, x_0 = 1,2, y_0 = 1$
Варіант 5	$Z = 3xy^4 - x^2y + y^2 + 5xy, x_0 = 1, y_0 = 1,1$
Варіант 6	$Z = xy^2 - 1,5x^2y^4 + xy, x_0 = 1,1, y_0 = 1$
Варіант 7	$Z = y^3 + 2xy^5 - x^4 + xy, x_0 = 2, y_0 = 1$
Варіант 8	$Z = x^3y^4 - 2xy + 2,5x, x_0 = 2,1, y_0 = 1$

Варіант 9	$Z = 3x^2y - 2xy^3 + 4y^2, x_0 = 2,5, y_0 = 1$
Варіант 10	$Z = 2xy^3 + 4x^3y^2 - xy, x_0 = 1, y_0 = 2$
Варіант 11	$Z = x^2 + xy^4 - xy, x_0 = 1, y_0 = 2,1$
Варіант 12	$Z = y^3 - 0,5x^2y^2 + x^3 - xy, x_0 = 1, y_0 = 2,5$
Варіант 13	$Z = x^2y - 0,25y^4 + y^3 - 7x, x_0 = 1, y_0 = 2,3$
Варіант 14	$Z = x^2y - 2y^3 + x^4 + 16xy, x_0 = 1,5, y_0 = 1$
Варіант 15	$Z = x^3 - 2x^2y + y^3 + 3,5xy, x_0 = 1, y_0 = 1$
Варіант 16	$Z = xy + 6x^2y - xy^2 + 7,4y, x_0 = 1,5, y_0 = 1$
Варіант 17	$Z = 0,5y^2 - x^3y + xy + 10,5x^2, x_0 = 1, y_0 = 1,2$
Варіант 18	$Z = xy - 0,5x^2y^2 + y^3 - x, x_0 = 2, y_0 = 1$
Варіант 19	$Z = x^2y - xy^2 + xy + y, x_0 = 1, y_0 = 1,4$
Варіант 20	$Z = 2y^3 + 3x^2y - 4xy, x_0 = 1,5, y_0 = 1$
Варіант 21	$Z = 0,5x^2y + xy^4 - xy, x_0 = 1, y_0 = 2$
Варіант 22	$Z = xy^3 - 0,5x^3y^2 + 0,5xy, x_0 = 1,5, y_0 = 1$
Варіант 23	$Z = 3x^2y + xy^4 - xy, x_0 = 1, y_0 = 1,5$
Варіант 24	$Z = xy^2 + xy^3 - x^2y + 2xy, x_0 = 2, y_0 = 1$
Варіант 25	$Z = x^3 + x^2y + y^4 - 5xy, x_0 = 1,2, y_0 = 1$
Варіант 26	$Z = 4xy + x^2y + xy^5 - 4x, x_0 = 1, y_0 = 2$
Варіант 27	$Z = xy^2 - x^2y - y^3 + 10xy, x_0 = 3, y_0 = 1$
Варіант 28	$Z = 0,5xy + x^2y^2 - 4y, x_0 = 1, y_0 = 3$
Варіант 29	$Z = x^2y + xy^3 - xy, x_0 = 2, y_0 = 1$
Варіант 30	$Z = 3y^3 - 3x^2 + 2xy^5 + 7xy, x_0 = 1, y_0 = 1,5$

### Завдання 6.3. Дослідити функцію на екстремум.

Варіант	
Варіант 1	$Z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$
Варіант 2	$Z = -2x^2 + xy - 4y^2 - x - 2y$
Варіант 3	$Z = \frac{3}{2}x^2 + 2xy + y^2 + y$

Варіант 4	$Z = -3x^2 + xy - 2y^2 - x + y + 1$
Варіант 5	$Z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$
Варіант 6	$Z = x^2 - xy - 5y^2 - 2x + y$
Варіант 7	$Z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$
Варіант 8	$Z = 4x - 4y - x^2 - y^2$
Варіант 9	$Z = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$
Варіант 10	$Z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y + 1$
Варіант 11	$Z = e^{-x^2 - 2x - 2y^2}$
Варіант 12	$Z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$
Варіант 13	$Z = e^{x^2 - 4x - y^2}$
Варіант 14	$Z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$
Варіант 15	$Z = xy - x^2 - y^2 + 9$
Варіант 16	$Z = 2x^2 + xy + 3y^2 - 5x - 2y$
Варіант 17	$Z = 2x^2 - xy + 4y^2 - 3x - 2$
Варіант 18	$Z = e^{-x^2 - 4x + 2y - y^2}$
Варіант 19	$Z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$
Варіант 20	$Z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 20$
Варіант 21	$Z = x^2 + y^2 - xy + x + y$
Варіант 22	$Z = x^2 + y^2 + xy - 2x - y$
Варіант 23	$Z = (x - 1)^2 + 2y^2$
Варіант 24	$Z = xy - 3x^2 - 2y^2$
Варіант 25	$Z = 2(y + 2)^2 + x^2$
Варіант 26	$Z = 2(x + y)^2 - x^2 - y^2$
Варіант 27	$Z = x^2 + xy + y^2 + 2x - 4y + 1$
Варіант 28	$Z = 2x^2 - 4xy - 2y^2$
Варіант 29	$Z = e^{-x^2 + 4y - 2y^2}$
Варіант 30	$Z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10$



## ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

- 1 Як визначається розмірність матриці?
- 2 Які матриці називають рівними?
- 3 Що розуміють під транспонуванням матриці?
- 4 Яка матриця називається квадратною?
- 5 Визначення діагональної та одиничної матриць.
- 6 Яку матрицю називають сумою (різницею) двох матриць?
- 7 Яку матрицю називають добутком матриці на скаляр?
- 8 Яким законам підпорядковуються дії додавання матриць і множення матриці на скаляр?
- 9 Добуток двох матриць.
- 10 Визначення системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
- 11 Які системи лінійних алгебраїчних рівнянь називаються однорідними (неоднорідними)?
- 12 Що таке «розв'язок» системи рівнянь?
- 13 Які системи лінійних рівнянь називають сумісними (несумісними)?
- 14 Які системи лінійних рівнянь називають визначеними (невизначеними)?
- 15 Для якого виду матриць вводиться поняття «визначник»?
- 16 Визначник другого порядку.
- 17 Як обчислити визначник третього порядку за правилом трикутників?
- 18 Що називають мінором елемента визначника?
- 19 Що називають алгебраїчним доповненням елемента визначника?
- 20 Зв'язок між мінором і алгебраїчним доповненням елемента визначника.
- 21 Основні властивості визначників.
- 22 Як розв'язати систему рівнянь за формулами Крамера?
- 23 Визначення оберненої матриці.
- 24 Умови існування оберненої матриці.
- 25 Як перевірити, що отримана матриця дійсно є оберненою до даної матриці?
- 26 Матричний метод розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
- 27 Які системи рівнянь можна розв'язати за допомогою оберненої матриці?

- 28 Розв'язання однорідної системи рівнянь.
- 29 Координатна форма подання вектора.
- 30 Рівні, протилежні, колінеарні, компланарні вектори.
- 31 Лінійні операції над векторами.
- 32 Визначення скалярного добутку двох векторів.
- 33 Як за допомогою скалярного добутку відшукати кут між векторами?
- 34 Види рівнянь прямих на площині.
- 35 Яке рівняння називають загальним рівнянням прямої?
- 36 Проведіть перетворення кожного з відомих рівнянь прямої на площині до її загального рівняння.
- 37 Як відшукати кут між двома прямими, що описуються рівняннями у загальному вигляді?
- 38 Як відшукати кут між двома прямими за відомими кутовими коефіцієнтами обох прямих?
- 39 Умови паралельності і перпендикулярності прямих, що описуються рівняннями з кутовими коефіцієнтами.
- 40 Умови паралельності і перпендикулярності прямих, що описуються рівняннями у загальному вигляді.
- 41 Відстань від точки до заданої прямої.
- 42 Що називають кривою другого порядку та який вигляд має її загальне рівняння?
- 43 Рівняння кола.
- 44 Який вигляд має канонічне рівняння еліпса?
- 45 Який вигляд має канонічне рівняння гіперболи?
- 46 Визначення асимптот і ексцентриситету гіперболи.
- 47 Які функції називають парними, непарними, функціями загального вигляду?
- 48 Які функції називають монотонними?
- 49 Що називають приростами аргументу і функції в точці  $x_0$ ?
- 50 Яку функцію  $y = f(x)$  називають неперервною в точці  $x_0$ ?
- 51 Визначення похідної функції в точці.
- 52 Яким терміном називають процес знаходження похідної функції?
- 53 Який зв'язок між неперервністю функції та її диференційованістю?
- 54 У чому полягає геометричний зміст похідної?
- 55 У чому полягає економічний зміст похідної?

- 56 Таблиця похідних основних елементарних функцій.
- 57 Правила диференціювання.
- 58 Диференціювання складених функцій.
- 59 Логарифмічне диференціювання. У яких випадках воно застосовується?
- 60 У чому полягає економічний зміст другої похідної?
- 61 Диференціал функції.
- 62 Яку величину називають еластичністю функції  $y = f(x)$ ?
- 63 Які властивості характеризує коефіцієнт еластичності?
- 64 У чому полягають необхідна та достатня умови монотонності функцій?
- 65 У чому полягають необхідна та достатня умови екстремуму функції за першою похідною?
- 66 Загальний порядок дослідження функції на екстремум.
- 67 Достатня умова екстремуму функції за другою похідною.
- 68 Найбільше та найменше значення функції на відрізку.
- 69 Визначення функції кількох змінних.
- 70 Область визначення функції двох змінних.
- 71 Частинний приріст функції  $z = z(x; y)$  за змінною  $x$ .
- 72 Частинний приріст функції  $z = z(x; y)$  за змінною  $y$ .
- 73 Знаходження частинної похідної за змінною  $x$ .
- 74 Знаходження частинної похідної за змінною  $y$ .
- 75 Що називають повним диференціалом функції  $z = z(x; y)$ ?
- 76 Еластичність виробничої функції  $Z = f(x; y)$  відносно чинників виробництва  $x$  і  $y$ .
- 77 Коефіцієнт еластичності  $E_x(z)$  ( $E_y(z)$ ).
- 78 Частинні похідні другого порядку від функції  $z = z(x; y)$ .
- 79 Мішані частинні похідні другого порядку від функції  $z = z(x; y)$ .
- 80 Що називається похідною за напрямком?
- 81 Формула обчислення похідної за напрямком.
- 82 Що називається градієнтом функції?
- 83 Які властивості має градієнт?
- 84 Необхідна умова існування екстремуму функції двох змінних.
- 85 Достатня умова існування екстремуму функції двох змінних.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Барковський В. В., Барковська Н. В. Математика для економістів: Вища математика. Київ : Національна академія управління, 1997. 397 с.

2 Валєєв К. Г., Джалладова І. А. Вища математика : навч. посіб. У 2-х ч. Київ : КНЕУ, 2001. Ч. 1. 546 с.

3 Васильченко І. П. Вища математика для економістів : підручник. Київ : Знання-Прес, 2002. 454 с.

4 Вища математика : підручник. У 2 кн. Кн. 1. Основні розділи / за ред. Г. Л. Кулініча. Київ : Либідь, 2003. 400 с. Кн. 2. 368 с.

5 Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика : навч. посіб. Київ : А.С.К., 2001. 648 с.

6 Неміщ В. М., Процик А. І., Березька К. М. Вища математика (практикум) : навч. посіб. Тернопіль : Економічна думка, 2001. 266 с.

7 Коваленко Л. Б., Станішевський С. О. Збірник тестових завдань для менеджерів : навч. посіб. Харків : ХНАМГ, 2010. 423 с.

8 Юрчак Н. С., Волохова Н. І., Панченко Н. Г. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків : УкрДАЗТ, 2009. 86 с.





ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ  
для самостійної роботи

з дисципліни  
«*ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА*»

Частина I

Відповідальний за випуск Панченко Н. Г.

Редактор Третьякова К. А.

---

Підписано до друку 30.10.20 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 3,0. Тираж 5. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет  
залізничного транспорту,  
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.