МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Теплотехніка та теплові двигуни»

З А В Д А Н Н Я

і методичні вказівки до практичних занять
та контрольної роботи з дисципліни

"ОРГАНІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА ТА ОСНОВИ ЛОГІСТИКИ"

Харків 2011

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри "Теплотехніка та теплові двигуни" 9 березня 2010 року, протокол № 4.

Призначені для студентів спеціальності "Теплоенергетика", які вивчають дисципліну "Організація виробництва та основи логістики".

Укладачі:

доц. В.В. Савенко,
асист. О.В. Панчук

Рецензент

доц. І.П.Полтавський

З А В Д А Н Н Я
і методичні вказівки до практичних занять
та контрольної роботи

з дисципліни
"ОРГАНІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА ТА ОСНОВИ ЛОГІСТИКИ"

Відповідальний за випуск Савенко В.В.

Редактор Еткало О.О.

Підписано до друку 14.04.10 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,0. Тираж 150. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Кафедра "Теплотехніка та теплові двигуни"

З А В Д А Н Н Я

і методичні вказівки до практичних занять та контрольної роботи з дисципліни

"ОРГАНІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА ТА ОСНОВИ ЛОГІСТИКИ"

Харків, 2011

Методичні вказівки розглянутј та рекомендованј до друку на засіданні кафедри "Теплотехніка та теплові двигуни" 9 березня 2010 року, протокол № 4.

Призначені для студентів спеціальності *"Теплоенергетика",* які вивчають дисципліну "Організація виробництва та основи логістики".

Укладачі:

доц. В.В. Савенко,
асист. О.В. Панчук

Рецензент

доц. І.П.Полтавський

ЗМІСТ

ВСТУП

Під час вирішення питань організації виробництва та управління матеріальними потоками однією з найважливіших є задача оптимізації параметрів. Вирішення цієї задачі приводить до підвищення ефективності виробництва, причому у багатьох випадках це досягається без істотних матеріальних витрат або не потребує витрат узагалі (окрім витрат на вирішення задачі). Однак розв’язання оптимізаційних задач щодо таких складних систем, як виробничі системи, пов'язано з великими труднощами. Останні спричинені недостатньою розробленістю теорії організації виробництва та управління, відсутністю достатньо ефективних методів розв’язання задач, складністю процесів, необхідністю врахування великої кількості змінних, внутрішніх і зовнішніх умов та іншими причинами.

Разом з тим є теоретичні та методичні розробки, що дозволяють розв’язувати задачі з вибору раціональних та оптимальних параметрів виробничих процесів. Такі задачі щодо достатньо складних процесів практично можуть розв’язуватись шляхом застосовування сучасних ЕОМ. Але багато задач обмеженої складності можуть бути розв’язані без застосовування обчислювальних засобів. Деякі методи розв’язання таких задач розглянуті в цих методичних вказівках на простих конкретних прикладах, які доступні за складністю для проведення практичних занять зі студентами.

1 ОРГАНІЗАЦІЯ ВИГОТОВЛЕННЯ РЕМОНТНОЇ ПАРТІЇ ВИРОБІВ У НАЙКОРОТШИЙ ТЕРМІН

1.1 Зміст завдання та вихідні дані

У ремонтно-механічний цех "Теплоенерго" надійшло замовлення на виготовлення ремонтної партії двох виробів. Обсяг замовлення по виробу 1 складає $З_1$, по виробу 2 - $З_2$. Обидва вироби можуть бути виготовлені на кожній з трьох ділянок цеху, кількість одиниць обладнання на ділянках складає b_1, b_2, b_3. Для заданої продуктивності C_{ij} обладнання під час виготовлення кожного виробу організувати виготовлення ремонтної партії у найкоротший термін. Організацію виготовлення зобразити у вигляді схеми матеріальних потоків.

Вихідні дані за варіантами завдання наведено у таблиці 1.

Таблиця 1 - Вихідні дані за варіантами завдання

Найменування або позначення показників та одиниця вимірювання		Величини показників за варіантами завдання									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**
$З_1$, шт.		200	150	300	250	220	160	180	200	220	250
$З_2$, шт.		600	300	300	500	660	480	360	400	440	250
b_1, шт.		1	2	1	3	2	1	3	2	3	2
b_2, шт.		2	1	2	1	1	3	2	2	1	1
b_3, шт.		3	3	2	1	2	1	1	1	2	2
Продуктивність одиниці обладнання	Ділянка 1	5	4	2	3	6	7	8	4	2	5
	Ділян-	3	3	4	6	8	2	5	6	4	3

під час виготовлення виробів 1, шт/год	ка 2										
	Ділян-ка 3	2	3	5	8	4	5	6	3	7	6
Продуктив-ність одиниці обладнання під час виготовлення виробів 2, шт/год	Ділян-ка 1	8	2	1	2	5	3	4	6	3	6
	Ділян-ка 2	6	5	3	4	2	8	7	8	5	4
	Ділян-ка 3	4	2	4	6	3	5	2	4	8	7

1.2 Методичні вказівки до виконання

Для розв’язання оптимізаційних задач вони перш за все повинні бути чітко сформульовані, для чого необхідно задати цільову функцію (критерій оптимальності), а також усі умови, при яких цільова функція повинна мати екстремум. Критерій оптимальності задано, це найкоротший термін виконання замовлення. Аналіз умов завдання показує, що невідомими зручно прийняти кількість одиниць обладнання, зайнятих виготовленням конкретних виробів. Тоді за цільову функцію L можна прийняти продуктивність усього обладнання по одному з виробів.

Позначимо: X_1, X_2 - кількість одиниць обладнання ділянки 1, зайнятих виготовленням відповідно виробів 1 і 2; X_3, X_4 - кількість одиниць обладнання ділянки 2, зайнятих виготовленням відповідно виробів 1 і 2; X_5, X_6 - те ж саме стосовно обладнання ділянки 3.

Тоді продуктивність обладнання всіх трьох ділянок під час виготовлення виробу 1 складе

$$L = C_{11}X_1 + C_{21}X_3 + C_{31}X_5,$$

де C_{11}, C_{21}, C_{31} - продуктивність одиниці обладнання відповідно ділянок 1, 2, 3 під час виготовлення виробу 1.

Як умови досягнення екстремуму цільовою функцією повинні бути задані також обмеження з кількості одиниць обладнання на кожній ділянці

$$X_1 + X_2 = b_1,$$

$$X_3 + X_4 = b_2,$$

$$X_5 + X_6 = b_3 .$$

Крім того, необхідно задати умову щодо виготовлення виробів у потрібній кількості (пропорційній замовленням)

$$\frac{1}{З_1}\left(C_{11}X_1 + C_{21}X_3 + C_{31}X_5 \right) = \frac{1}{З_2}\left(C_{12}X_2 + C_{22}X_4 + C_{32}X_6 \right),$$

а також умову невід'ємності величин X_i

$$X_i \geq 0 .$$

Нехай $З_1$=240 шт., $З_2$=720 шт., а інші вихідні дані відповідають наведеним у таблиці 2.

Таблиця 2 - Варіант вихідних даних

Ділянка	Кількість одиниць обладнання	Продуктивність одиниці обладнання під час виготовлення виробів, шт/ год	
		вироби 1	вироби 2
1	2	4	5
2	1	3	2
3	3	6	8

Відповідно до заданих показників умови задачі будуть сформульовані таким чином:

$$L = 4X_1 + 3X_3 + 6X_5 \rightarrow \max,$$

$$X_1 + X_2 = 2,$$

$$X_3 + X_4 = 1,$$

$$X_5 + X_6 = 3,$$

$$\frac{720}{240}\left(4X_1 + 3X_3 + 6X_5\right) = \left(5X_2 + 2X_4 + 8X_6\right),$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \ldots 6.$$

Цільова функція та всі обмеження являють собою лінійні залежності від невідомих X_i, тому задача може бути розв'язана методами лінійного програмування.

До цього часу розроблено багато різних методів лінійного програмування. З метою розв'язання поставленої задачі застосуємо симплекс-метод (більш точна назва - метод послідовного покращення плану зі штучним базисом), який може бути використаний під час розв'язання практично будь-яких задач лінійного програмування. Для використання симплекс-методу сформулюємо умови задачі у такому вигляді:

$$L = -4X_1 - 3X_3 - 6X_5 \rightarrow \min,$$

$$X_1 + X_2 = 2,$$

$$X_3 + X_4 = 1,$$

$$X_5 + X_6 = 3,$$

$$-12X_1 + 5X_2 - 9X_3 + 2X_4 - 18X_5 + 8X_6 = 0,$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \ldots 6.$$

Якщо не торкатися теорії, то метод являє собою визначену обчислювальну процедуру, що застосовується до початкового штучного базисного рішення для переходу до іншого базисного рішення та повторюється, доки не буде одержане оптимальне рішення [1, с.74-132]. Під час цього вихідні дані та результати розрахунків зручно записувати у таблицю на зразок таблиці 3.

У графі "і" таблиці 3 записано номери рядків.

У графі "Базис" записано позначення векторів базису (штучного базису з одиничною матрицею, який відповідає штучним змінним $X_7 \ldots X_{10}$).

У графі "C_i" на першому кроки у всіх рядках умовно записано "м". Це означає, що на першому кроці як базис розглядається штучний базис з одиничною матрицею. У подальшому у цю графу будуть вноситися вектори базису зі значними коефіцієнтами, що дорівнюють коефіцієнтам при X_i у цільовій функції.

Графа "b_i" являє собою вектор-стовпець вільних членів у рівняннях обмежень.

У графах "j" записано номери стовпців таблиці, кількість стовпців дорівнює кількості невідомих.

У графах "C_j" записано значення коефіцієнтів при X_i у рівнянні цільової функції.

У рядках 1...4 та графах 1...6 таблиці 3 записано на першому кроці значення коефіцієнтів при X_i у рівняннях обмежень (позначимо їх a_{ij}).

Таким чином, вказані рядки та графи таблиці 3 на першому кроці уявляють собою повний набір умов вирішення задачі.

У рядку 5 обчислюється величина A_{5j} за формулою

$$A_{5j} = \sum_{i=1}^{n} \left(C_i a_{ij} - C_j \right)$$

для C_i ≠ м, j = 1, 2...m (для графи "b_j" замість a_{ij} у формулу підставляється величина b_i).

На першому кроці C_i = м, тому $A_{5j} = -C_j$, для графи "b_j": $A_{5j} = 0$.

У рядку 6 визначається величина A_{6j} за формулою

$$A_{6j} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$$

для C_i = м, j = 1, 2...m.

Перший крок процедури виконано.

Отриманий розв'язок буде оптимальним, якщо виконується умова

$$A_{6j} \le 0, \quad A_{5j} \le 0, \quad \text{j=1, 2...m} .$$

Як видно з таблиці 3, умова оптимальності не виконується (на першому кроці вона практично не може бути виконана), тому треба переходити до наступного кроку процедури. За теорією розв'язання на наступному кроці буде ближче до оптимального, ніж на попередньому, якщо напрямний рядок у попередньому базисі змінити на напрямний стовпець. Останній обирається за найбільшим додатним значенням A_{6j}. У таблиці 3 це значення A_{6j} = 6 позначено зіркою, воно відповідає стовпцю 6, цьому стовпцю надається індекс "к". Напрямний рядок, вибирається за умовою

$$\min \frac{b_i}{a_{i\kappa}}, \text{ для } a_{i\kappa} > 0.$$

З таблиці 3 одержимо:

$$a_{36} > 0, \; a_{46} > 0; \; b_3 / a_{36} = 3/1=3; \; b_4 / a_{46} = 0/8 = 0.$$

Тому на першому кроці як напрямний рядок повинен бути обраний рядок 4, у таблиці 3 він позначений зіркою, рядку надається індекс "е". На другому кроці у графу "C_i" цього рядка вводиться коефіцієнт, що дорівнює $C_i = C_\kappa = 0$ (к = 6), та всі значення величин у рядках 1...4 перераховуються за координатами нового базису за формулами:

$$a'_{ij} = \frac{a_{ej}}{a_{e\kappa}} \quad \text{для} \quad i = e,$$

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{ej}}{a_{ek}} a_{ik} \quad \text{для} \quad i \neq e.$$

Зручно спочатку перерахувати рядок $i = e$ (у нашому випадку це рядок 4), а потім дані цього рядка використати для перерахунку інших рядків. Результати перерахунку наведено в таблиці 3 для кроку 2 та наступних кроків.

Таблиця 3 - Приклад процедури оптимізації за симплекс-методом

Крок	I	Базис	C_i	b_i	J					
					1	2	3	4	5	6
					C_j					
					-4	0	-3	0	-6	0
	1	P_7	м	2	1	1	0	0	0	0
	2	P_8	м	1	0	0	1	1	0	0
	3	P_9	м	3	0	0	0	0	1	1
1	4	P_{10}*	м	0	-12	5	-9	2	-18	8
	5			0	4	0	3	0	6	0
	6				-11	6	-8	3	-17	9*
	1	P_7	м	2	1	1	0	0	0	0
	2	P_8	м	1	0	0	1	1	0	0
	3	P_9*	м	3	1,5	-0,625	1,125	-0,25	3,25	0
2	4	P_6	0	0	-1,5	0,625	-1,125	0,25	-2,25	1
	5			0	4	0	3	0	6	0
	6				2,5	0,375	2,125	0,75	3,25*	0
	1	P_7	м	2	1	1	0	0	0	0
	2	P_8*	м	1	0	0	1	1	0	0
	3	P_5	-6	0,923	0,462	-0,1923	0,346	-0,0769	1	0
3	4	P_6	0	2,077	-0,461	0,1923	-0,346	0,0769	0	1
	5			-5,538	1,228	1,154	0,924	0,461	0	0
	6				1	1	1*	1	0	0
	1	P_7	м	2	1	1	0	0	0	0
	2	P_3	-3	1	0	0	1	1	0	0
	3	P_5*	-6	0,577	0,462	-0,1923	0	-0,423	1	0
4	4	P_6	0	2,423	-0,461	0,1923	0	0,423	0	1
	5			-6,462	1,228	1,154	0	-0,462	0	0
	6				1	1	0	0	0	0
	1	P_7*	м	0,751	0	1,416	0	0,916	-2,165	0
	2	P_3	-3	1	0	0	1	1	0	0
	3	P_1	-4	1,249	1	-0,416	0	-0,916	2,165	0
5	4	P_6	0	3	0	0	0	0	1	1

	5			**-7,996**	**0**	**1,664**	**0**	**0,664**	**-2,66**	**0**
	6				**0**	**1,416***	**0**	**0,916**	**-2,165**	**0**
	1	P_2	0	**0,531**	**0**	**1**	**0**	**0,647**	**-1,529**	**0**
	2	P_3	-3	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
	3	P_1	-4	**1,469**	**1**	**0**	**0**	**-0,647**	**1,529**	**0**
6	4	P_6	0	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**
	5			**-8,876**	**0**	**0**	**0**	**-0,412**	**-0,116**	**0**
	6				**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Слід відзначити, що бажано проводити точні розрахунки, тобто результати наводити у вигляді натуральних дробів. Однак це створює певні незручності під час розрахунків. У таблиці 3 використані десяткові дроби. При цьому у деяких випадках отримані результати, округлені до цілих чисел, якщо вони відрізнялися менш ніж на 1 %. Наприклад, на кроці 5 при a_{42} = 0,000524 прийнято a_{42} = 0, при a_{45} = 0,998 прийнято a_{45} = 1. Такі округлення виключають нагромадження похибок під час розрахунків.

Як видно з таблиці 3, умова оптимальності виконується на кроці 6, результати оптимального розв’язання отримано у графах "Базис" і "b_i". Індекс вектора у графі "Базис" відповідає індексу прийнятих змінних, а числові значення змінних отримано у графі "b_i". Стосовно розглянутого прикладу маємо

$$X_1=1,469;\ X_2=0,531;\ X_3=1;\ X_4=0;\ X_5=0;\ X_6=3.$$

Найбільше значення цільової функції теж визначено в таблиці і знаходиться у п’ятому рядку у стовпці "b_i"

$$L_{\max}=8,876.$$

Отримані результати означають, що:

- виріб 1 треба виготовляти на 1,469 одиницях обладнання ділянки 1 та на 1 одиниці обладнання ділянки 2;
- виріб 2 треба виготовляти на 0,53 одиницях обладнання ділянки 1 та на 3 одиницях обладнання ділянки 3.

При цьому продуктивність цеху з виготовлення виробів 1 та 2 складе, шт/ год,

$$L_1 = 4X_1 + 3X_3 + 6X_5 = 4 \cdot 1,469 + 3 \cdot 1 + 6 \cdot 0 = 8,876;$$

$$L_2 = 5X_2 + 2X_4 + 8X_6 = 5 \cdot 0,531 + 2 \cdot 0 + 8 \cdot 3 = 26,65.$$

Тобто для виконання замовлення $З_1$ його треба розподілити поміж ділянками таким чином:

- на ділянку 1 направити частину замовлення у розмірі, од.,

$$З_1^1 = З_1 \frac{C_{11} X_1}{L_1} = 240 \frac{4 \cdot 1,469}{8,876} = 159;$$

- на ділянку 2 направити, одиниць виробів,

$$З_1^2 = З_1 \frac{C_{21} X_3}{L_1} = 240 \frac{3 \cdot 1}{8,876} = 81.$$

Для виконання замовлення $З_2$ його треба розподілити поміж ділянками таким чином:

- на ділянку 1 направити, од.,

$$З_2^1 = З_2 \frac{C_{12} X_2}{L_2} = 720 \frac{5 \cdot 0,531}{26,65} = 72;$$

- на ділянку 3 направити, од.,

$$З_2^3 = З_2 \frac{C_{32} X_6}{L_2} = 720 \frac{8 \cdot 3}{26,65} = 648.$$

Процес розподілу та виготовлення виробів за отриманими результатами доцільно зобразити у вигляді схеми матеріальних потоків виробів. Стосовно розглянутого прикладу схему матеріальних потоків при найкращій організації виготовлення виробів наведено на рисунку 1.

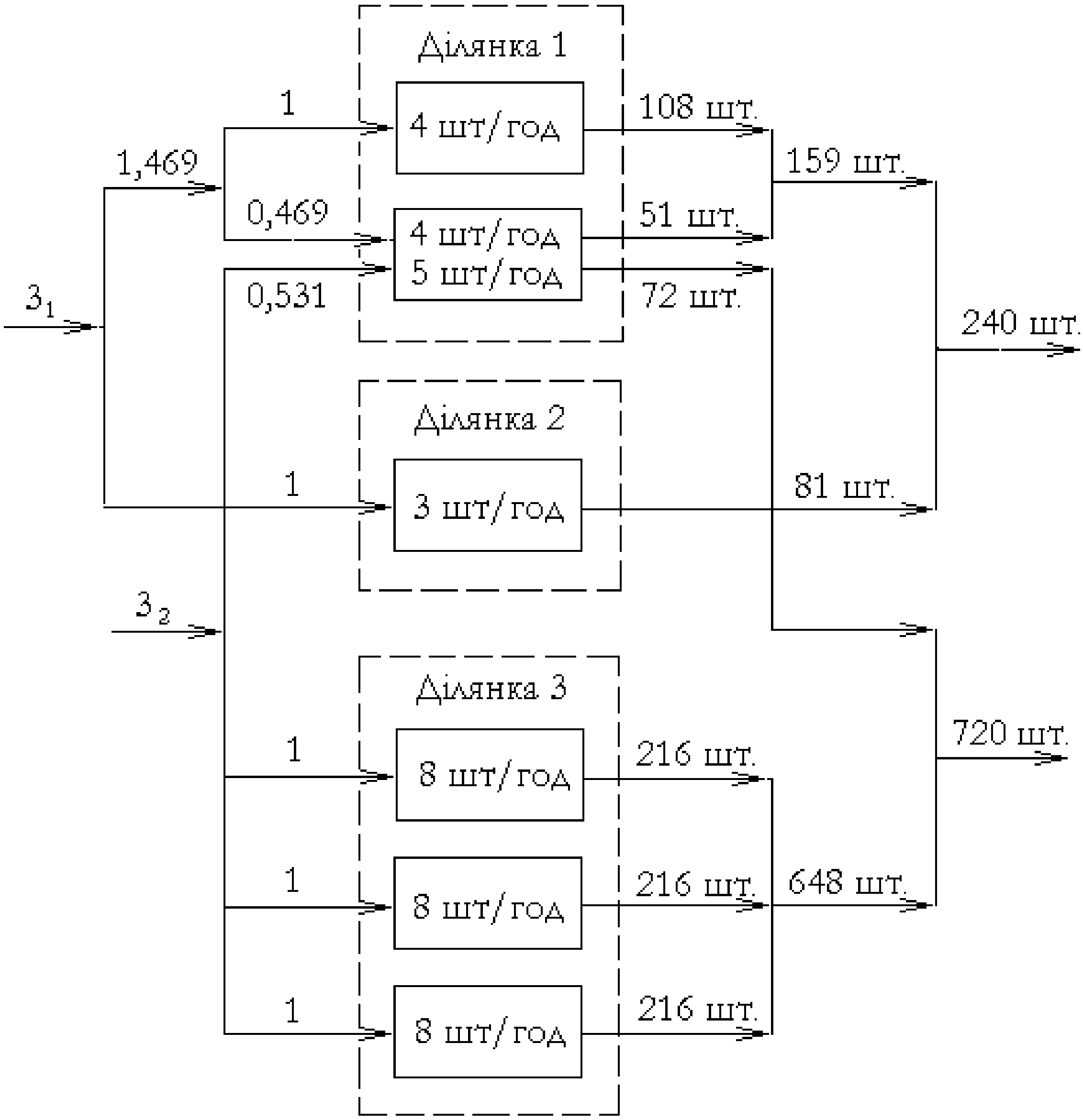


Рисунок 1 - Приклад схеми матеріальних потоків при найкращій організації виготовлення виробів 1 і 2 на трьох ділянках

Згідно з результатами розрахунків та рисунком 1 час виготовлення виробів на кожній одиниці обладнання складе, год:

- на ділянці 1:

$$\tau_1 = \frac{З_1^1}{C_{11} X_1} = \frac{159}{4 \cdot 1,469} = 27,0 \ ;$$

$$\tau_1^{'} = \frac{З_1^1 \left(X_1 - 1 \right)}{C_{11} X_1} + \frac{З_2^1}{C_{12}} = \frac{159 \cdot 0,469}{4 \cdot 1,469} + \frac{72}{5} = 27,1 \ ;$$

- на ділянці 2:

$$\tau_2 = \frac{З_1^2}{C_{21}} = \frac{81}{3} = 27,0 \ ;$$

- на ділянці 3:

$$\tau_3 = \frac{З_2^3}{3 C_{32}} = \frac{648}{3 \cdot 8} = 27,0 \ .$$

Таким чином, одержане замовлення буде виконано у найкоротший термін, що дорівнює 27,1 год праці.

2 ВИБІР КІЛЬЦЕВОГО МАРШРУТУ РУХУ МІЖЦЕХОВОГО ТРАНСПОРТУ

2.1 Вихідні дані до завдання

На підприємстві вироби цеху 1 транспортуються до цехів №2...5. Обрати кільцевий маршрут руху транспорту з найменшими підсумковими затратами. Затрати C_{ij} по кожному з можливих напрямків руху з урахуванням однобічного руху у деяких напрямках наведено у таблиці 4.

Таблиця 4 - Затрати на перевезення виробів до цехів підприємства

Можливі напрямки руху поміж цехами	Затрати на перевезення за варіантами завдання, ум. од.									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1-2	2	12	9	8	4	3	8	10	7	9
1-3	4	11	6	10	4	9	7	5	4	13
1-4	3	5	11	12	8	11	4	5	15	8
1-5	5	7	14	2	10	5	10	10	11	6
2-1	2	6	14	6	5	4	7	13	3	8
2-3	8	16	3	9	9	7	9	6	5	11
2-4	10	18	11	10	13	7	5	9	10	13
2-5	4	9	6	5	10	13	13	7	12	5
3-1	3	13	7	9	6	9	12	8	4	10
3-2	7	4	12	9	7	8	9	11	7	8
3-4	11	7	10	13	11	13	6	14	9	12
3-5	12	10	8	11	12	16	15	5	11	6
4-1	4	3	14	10	6	9	3	15	7	6
4-2	9	15	8	9	11	5	8	11	8	9
4-3	12	10	5	6	5	8	11	8	13	11
4-5	7	9	6	12	10	11	10	6	15	7

5-1 5-2 5-3 5-4	6 5 14 9	4 11 14 7	6 14 4 16	4 7 13 7	13 8 10 7	15 7 11 4	9 5 7 9	4 8 5 12	11 10 3 7	6 9 9 9

2.2 Методичні вказівки

Задача мінімізації затрат щодо кільцевого маршруту перевезення вантажів може бути розв’язана відомими методами лінійного програмування. Однак при значній кількості напрямків руху (пунктів) це потребує великого обсягу розрахунків та застосування ЕОМ. У той же час особливості таких задач дозволяють набагато спростити процедуру оптимізації та розв’язувати достатньо об'ємні задачі без застосування не тільки ЕОМ, але й обчислювальних засобів узагалі.

Методику такого приблизного розв’язання можна розділити на три етапи [2, с. 303-306; 3, с. 175]:

1) обирається будь-який можливий кільцевий маршрут;

2) шляхом аналізу вихідних даних визначається раціональний маршрут;

3) прийнявши раціональний маршрут за базисне рішення, визначають оптимальний маршрут за спрощеною процедурою.

Під час вибору можливого маршруту треба забезпечити виконання лише однієї умови: маршрут повинен бути кільцевим, тобто повинен починатися і закінчуватися в одному пункті (у нашому випадку в цеху 1), а також проходити через усі задані пункти. Для цього маршруту визначають підсумкові затрати C_{np}

$$C_{np} = \sum_{1}^{K} C_K ,$$

де $к$ - кількість включених до маршруту напрямків руху;

$C_к$ - затрати по кожному з напрямків.

Можливо шляхом аналізу вихідних даних визначити такий маршрут, що для нього підсумкові затрати будуть менші, ніж $C_{пр}$.

Це можна зробити за допомогою різних правил [2, 3]. Одним з найбільш простих правил є включення до маршруту допустимих напрямків з найменшими затратами. Застосування цього правила щодо конкретного прикладу розглянуто нижче.

Визначений маршрут можна вважати раціональним, якщо підсумкові затрати $C_р$ для цього маршруту менше $C_{пр}$. Чим ближче буде раціональний маршрут до оптимального, тим менше роботи буде у подальшому з його оптимізації. Якщо шляхом аналізу вихідних даних не вдається визначити маршрут, для якого $C_р < C_{пр}$, то це може означати, що обраний початковий маршрут випадково є близьким до оптимального або оптимальним. Тоді за базисне рішення приймається початковий маршрут.

Процедура визначення оптимального рішення містить нижченаведене [2, с. 303-306].

Масив затрат C_{ij} за різними напрямками маршруту подається у вигляді матриці, що записана у формі таблиці. Нехай таблиця буде квадратною з i = j = 3. Для кожного рядка і кожного стовпця таблиці визначаються величини U_i, V_j, які називаються неявними цінами. Вони обираються таким чином, щоб для всіх базисних змінних виконувалась умова

$$C_{ij} - U_i - V_j = 0 .$$

Спочатку жодна з величин U_i, V_j невідома, тому одній з них по будь-якому рядку або будь-якому стовпцю приписують довільне значення, наприклад нульове, а всі інші величини знаходять з указаної вище умови. Коли величини U_i, V_j визначені, підраховують для всіх C_{ij} нові значення

$$C'_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j .$$

Якщо для кожної клітинки таблиці C_{ij} ≥ 0, то наведене у таблиці базисне рішення є оптимальним. Коли ця умова не виконується, то з усіх від'ємних значень C'_{ij} знаходять найменше та ту змінну, що відповідає цій клітинці таблиці, вводять у базис замість тих, що є у даних рядку та стовпці. Щодо задачі визначення кільцевого маршруту, то це означає, що у кожному рядку та в кожному стовпцю повинна залишатися тільки одна базисна змінна (напрямок руху). Тому під час уведення однієї нової базисної змінної потрібно коректувати якнайменше ще три змінні.

З метою контролю правильності замін, що здійснюються, доцільно кожне базисне рішення зображати у вигляді напрямного графа. Для одержаного нового базисного рішення процедура повторюється до виконання умови оптимальності.

Описану процедуру розглянуто на конкретному прикладі.

Нехай матриця затрат в умовних одиницях у формі таблиці відповідає таблиці 5.

Таблиця 5 - Приклад початкової матриці затрат у формі таблиці

Номери рядків та стовпців	1	2	3	4	5
1	-	10	8	12	9
2	12	-	15	10	9
3	5	11	-	7	16
4	10	15	6	-	13
5	9	11	17	8	-

Приймемо довільний кільцевий маршрут 1-2-3-4-5-1. Граф такого маршруту відповідає рисунку 2,а. Для цього маршруту сумарні затрати складуть, ум. од.,

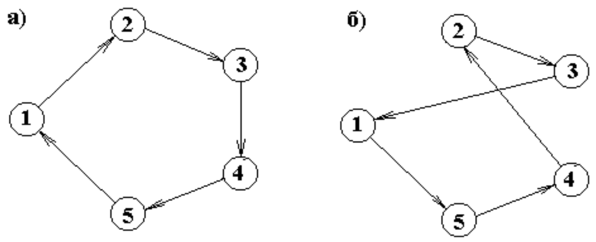
$$C_{np} = C_{12} + C_{23} + C_{34} + C_{45} + C_{51} = 10 + 15 + 7 + 13 + 9 = 54 .$$

Оберемо раціональний маршрут.

Знаходимо у таблиці 5 найменші затрати: C_{31}=5. Цей напрямок (3-1) включаємо до маршруту. З пункту 1 є 4 варіанти напрямків, з них напрямок 1-3 вже не може бути обраний. З інших напрямків (1-2, 1-4, 1-5) обираємо 1-5 з меншими затратами та отримаємо частину маршруту 3-1-5. Обираючи решту напрямків аналогічно, визначаємо кільцевий маршрут 3-1-5-4-2-3 або 1-5-4-2-3-1, за яким сумарні затрати складуть, ум. од.

$$C_p = C_{15} + C_{54} + C_{42} + C_{23} + C_{31} = 9 + 8 + 15 + 15 + 5 = 52.$$

Приймаємо як раціональний маршрут 1-5-4-2-3-1 (рисунок 2,б) та переходимо до третього етапу.



а) - довільний; б) - раціональний

Рисунок 2 - Приклади графів кільцевих маршрутів

Вихідними даними на третьому етапі є матриця затрат у формі таблиці, де базисні змінні (напрямки маршруту) позначені зірками та додані рядок і стовпець для U_i, V_j (таблиця 6). Слід звернути увагу, що у кожному рядку та у кожному стовпці таблиці 6 є тільки одна базисна змінна. Виконання цієї умови робить маршрут кільцевим.

Таблиця 6 - Приклад матриці-таблиці для першого кроку процедури

Номери рядків та стовпців	1	2	3	4	5	U_i
1	-	+ 10	8	12	* - 9	0
2	12	-	* - 15	-4 10	-7 + 9	7

3	* 5	11	-	7	16	0
4	10	* - 15	-7 + 6	-	-1 13	5
5	9	11	17	* 8	-	1
V_j	5	10	8	7	9	-

Для визначення неявних цін приймемо $U_1 = 0$, тоді значення V_5 складе

$$C_{15} - U_1 - V_5 = 0 \ , \ V_5 = C_{15} = 9 \ .$$

Для визначення решти неявних цін ні в рядку 1, ні в стовпці 5 немає більше базисних змінних, тому одну з цін, наприклад V_3, вирахуємо за однією з небазисних змінних, наприклад 1-3:

$$C_{13} - U_1 - V_3 = 0 \ , \ V_3 = C_{13} = 8 \ .$$

Тоді

$$U_2 = C_{23} - V_3 = 15 - 8 = 7 \ .$$

Аналогічно визначаємо всі інші значення U_i, V_j (таблиця 6).

Далі можна обчислити всі значення C'_{ij}, наприклад:

$$C'_{12} = C_{12} - U_1 - V_2 = 10 - 0 - 10 = 0 \ ;$$

$$C'_{25} = C_{25} - U_2 - V_5 = 9 - 7 - 9 = -7 \ ;$$

$$C'_{53} = C_{53} - U_5 - V_3 = 17 - 1 - 8 = 8 \ .$$

Усі від'ємні значення C'_{ij} занесене в таблицю 6, таких значень чотири, найменшими з них є два однакових $C'_{25} = C'_{43} = -7$.

Як найменше обираємо будь-яке з них, наприклад C'_{43}, тоді напрямок 4-3 включаємо у новий базис. У таблиці 6 з приладу цього зроблена позначка "+". Тоді для збереження балансу щодо рядка 4 та стовпця 3 треба вилучити з базису напрямки 4-2 та 2-3 (позначки "-" у таблиці 6). Але через це порушується баланс по рядку 2 та стовпцю 2, що потребує введення у базис напрямків 2-5, 1-2 та вилучення з базису напрямку 1-5. На цьому перший крок процедури виконано, матриця-таблиця буде відповідати таблиці 7, а граф розв'язання - рисунку 3.

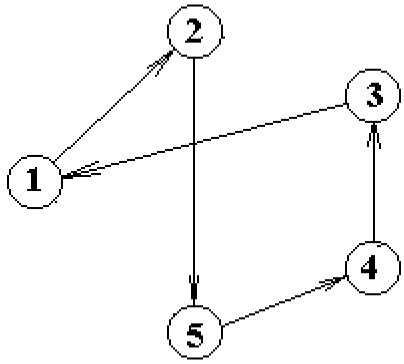


Рисунок 3 - Приклад графа оптимального маршруту

Визначення величин U_i, V_j, C'_{ij} за даними таблиці 7 показує, що умова $C'_{ij} \geq 0$ виконується, тобто одержане розв'язання є оптимальним. Для цього прикладу підсумкові затрати складають, ум. од.

$$C_{опт} = C_{12} + C_{25} + C_{54} + C_{43} + C_{31} = 10 + 9 + 8 + 6 + 5 = 38,$$

що суттєво менше у порівнянні з раціональним маршрутом.

Таблиця 7 - Приклад матриці-таблиці для другого кроку процедури

Номери рядків та стовпців	1	2	3	4	5	U_i
1	-	* 10	8	12	9	0
2	12	-	15	10	* 9	0
3	*		-			-6

	5	11		7	16	
4	10	* - 15	* 6	-	13	-2
5	9	11	17	* 8	-	-2
V_j	11	10	8	10	9	-

Слід відзначити, що у деяких випадках може відбуватися зациклення процедури розрахунків, коли за наслідками оптимізації треба переходити до розв’язання, яке вже було отримано на попередньому кроці. Це пов'язано з недоліками спрощеної процедури та означає, що обидва останні розв’язання близькі одне до одного та до оптимального. У такому випадку розрахунки припиняються, а як оптимальне приймається одне з розв’язань з меншими підсумковими затратами.

3 ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІРУ ЗАМОВЛЕННЯ НА ПАЛИВО ДЛЯ КОТЕЛЬНІ

3.1 Зміст завдання та вихідні дані

Котельня підприємства працює на твердому паливі, яке підвозиться по залізниці у замовленій кількості. Передбачена середньодобова витрата палива у зимовий період складає $B_{доб}$. Тривалість поставки складає $\tau_п$. Страховий запас палива на підприємстві повинен забезпечити роботу котельні впродовж 15 діб.

Визначити оптимальний розмір замовлення на паливо за найменшими підсумковими затратами, що враховують затрати $C_{зам}$ на оформлення замовлення та затрати $C_{зб}$, пов'язані зі зберіганням палива на підприємстві, якщо відношення цих затрат $C_{зам}$ / $C_{зб} = \varphi$. Порівняти розрахунковий розмір замовлення з можливостями транспорту та уточнити при необхідності розмір замовлення. Побудувати графік змінювання запасу палива впродовж місяця за умовою незмінної добової витрати палива. Вихідні дані за варіантами завдання наведено у таблиці 8.

Таблиця 8- Вихідні дані за варіантами завдання

Позначення та одиниця вимірювання параметрів	Значення параметрів за варіантами завдання									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**
$B_{доб}$,т/доб	50	40	60	80	55	62	44	56	62	70
τ_n, доб	5	8	6	7	10	8	12	9	7	8
φ	30	50	60	70	80	85	60	40	30	40

3.2. Методичні вказівки

З метою управління запасами предметів праці на підприємствах застосовують дві основні системи: з фіксованим розміром замовлення та з фіксованим інтервалом виконання замовлення [4, с. 229-237; 5, с. 59-92]. При фіксованому розмірі замовлення можливо встановити його оптимальний розмір, наприклад за найменшими підсумковими річними (сезонними) затратами. Якщо вважати, що такі з основних статей затрат, як вартість палива та затрати на його транспортування, не залежать від розміру замовлення, то залежність підсумкових сезонних затрат від розміру замовлення можна подати у вигляді

$$C_{сез} = C_{зам} n_{зам} + C_{зб} B_{ср},$$

де $C_{зам}$ - затрати на оформлення одного замовлення;

$n_{зам}$ - кількість замовлень упродовж сезону;

$C_{зб}$ - затрати впродовж сезону на одиницю палива, пов'язані зі зберіганням палива на підприємстві;

$B_{ср}$ - середній упродовж сезону розмір запасу палива.

$$N_{сез} = \frac{B_{доб} \tau_{сез}}{B}$$

де $\tau_{сез}$ - тривалість сезону;

B - розмір замовлення на паливо.

$$B_{cp} = \frac{1}{\tau_{сез}} \int\limits_{0}^{\tau_{сез}} B(\tau)\, d\tau ,$$

де $B(\tau)$ - поточна величина запасу палива.

Для розрахунків, що розглядаються, у більшості випадків приблизно приймають $B_{cp} = 1/2\ B$, тоді

$$C_{сез} = C_{зам} \frac{B_{доб} \tau_{сез}}{B} + \frac{1}{2} C_{зб} B .$$

Одержану залежність можна використати для знаходження оптимального розміру замовлення на паливо. Для цього треба визначити похідну $d\, C_{сез} / d\, B$, прирівняти її до нуля та з отриманого рівняння знайти величину B , яку можна позначити $B_{опт}$ і вважати оптимальним розміром замовлення на паливо за прийнятими умовами.

Під час побудови графіка змінювання запасу палива на підприємстві продовж місяця величину поточного запасу на початок місяця прийняти довільно. На графіку вказати величину страхового запасу, час оформлення замовлення, термін надходження палива на підприємство, тривалість поставки. При цьому під тривалістю поставки слід розуміти проміжок часу з моменту оформлення замовлення до моменту надходження палива на підприємство.

4 ОРГАНІЗАЦІЯ ПЕРЕВЕЗЕННЯ ПРОМИСЛОВОЇ ПРОДУКЦІЇ

4.1 Вихідні дані

Підприємство виробляє щоденно продукцію в обсязі b_1 і має філіал в іншому населеному пункті зі щоденним обсягом виробництва b_2. Продукція доставляється споживачам в інші населені пункти в обсягах n_i. Схему транспортної мережі між населеними пунктами наведено на рисунку 4, де вказані відстані у кілометрах.

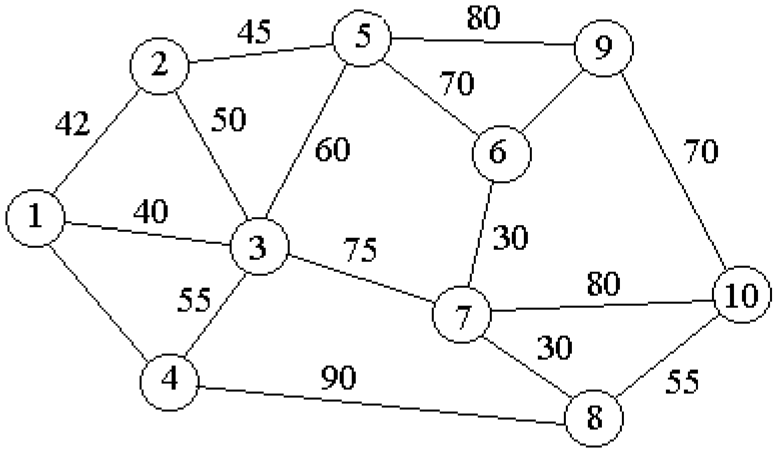


Рисунок 4 - Схема транспортної мережі між населеними пунктами

Для заданого розташування підприємства, його філіалу та споживачів організувати доставку продукції з найменшим пробігом рухомого складу. Вантажопідйомність рухомого складу не обмежується. Вихідні дані за варіантами завдання наведено в таблиці 9.

Таблиця 9 - Вихідні дані за варіантами завдання

Найменування показників		Значення показників за варіантами завдання									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**
Розта-шування за схемою мережі	Підприєм-ство	1	2	7	5	9	4	8	10	2	5
	Філіал	9	8	9	10	4	6	10	2	8	4
	Споживачі	5 7 10	9	1 2 4	1 4	2 7	10 2	6 2	4 6	6 9	7 10
Обсяги виробництва	Підприєм-ство	20	15	30	40	25	20	35	10	30	35
	Філіал	5	5	10	8	10	10	7	5	15	15

або спожи- вання, т	Спожива- чи	5 15 5	20	20 10 10	25 23	20 15	15 15	12 30	11 4	15 30	25 25

4.2 Методичні вказівки

Задача може бути розв’язана відомими методами лінійного програмування, але це потребує великого обсягу розрахунків та при кількості населених пунктів близько двох десятків і більше реально тільки за допомогою ЕОМ. На відміну від цього використання сітьових методів дозволяє розв’язувати задачі для мереж з десятками і сотнями вузлів (населених пунктів) узагалі без використання обчислювальних приладів [1, с. 148-150; 2, с. 303].

Методика розв’язання задачі у сітьовій постановці містить два етапи:

1) отримання допустимого базисного рішення шляхом аналізу початкової мережі;
2) оптимізація рішення за допомогою нескладної процедури розрахунків.

На першому етапі задачу зображають у вигляді мережі, де населені пункти є вузлами, можливі напрямки руху - ділянками мережі, вантажі, що перевозяться, - потоками на ділянках. Довільно розподіляють потоки по ділянках, виконуючи дві умови: для кожного вузла мережі сума припливів повинна дорівнювати сумі стоків; після розподілу потоків мережа не повинна мати замкнених контурів. Отримана таким шляхом мережа буде являти собою допустиме базисне рішення. Якщо вважати цю мережу напрямним графом, то отриманий без циклів (замкнених контурів) граф називають деревом допустимого рішення [2, с. 343; 6, с. 124].

Як критерій оптимальності задано використати мінімум сумарного пробігу L рухомого складу під час перевезення вантажів.

Оптимальне рішення одержують як наслідок застосування такої процедури розрахунків та коректування дерева допустимого рішення.

Згідно з отриманим початковим деревом для кожного вузла обчислюють величини, що називають неявними цінами, за формулою

$$\pi_j = \pi_i + C_{ij} \ ,$$

де π_i, π_j - неявні ціни відповідно попереднього та наступного вузлів мережі;

C_{ij} - оцінка (у нашому випадку довжина) ділянки i-j.

Одному з вузлів мережі надають довільне, частіше нульове, значення неявної ціни, тоді неявні ціни для всіх інших вузлів визначаються однозначно. Неявні ціни використовують для визначення величин C'_{ij} згідно з формулою

$$C'_{ij} = C_{ij} - \left(\pi_j - \pi_i \right) \ .$$

Значення C'_{ij} визначають для всіх ділянок початкової мережі.

Якщо для всіх ділянок $C'_{ij} \geq 0$, то отримане базисне рішення є оптимальним. Коли хоча б одне значення $C'_{ij} < 0$, то базисне рішення не оптимальне і потребує коректування щодо величин потоків на ділянках. Для коректування обирають найменше з усіх від'ємних значень C'_{ij} та на цій ділянці потік збільшують на деяку величину Θ. Це призведе до необхідності зміни на ту ж величину Θ потоків на деяких інших ділянках, щоб дотримати умову рівності припливів та стоків для кожного вузла. Величині Θ надають значення, що дорівнює найменшій з величин, на яку треба зменшити потік на ділянці з усіх ділянок, де потік треба змінювати.

Як наслідок коректування потоків отримаємо нове базисне рішення (дерево). Для знов одержаних рішень процедура коректування повторюється до виконання умови оптимальності.

Описану методику розглянемо на конкретному прикладі.

Нехай початкова мережа відповідає рисунку 4, підприємство розташоване у вузлі 1, b_1 = 22 т, філіал знаходиться у вузлі 10,

b_2 = 8 т, споживачі знаходяться у вузлах 5, 6, 7, обсяги споживання складають відповідно 12, 10, 8 т.

Для заданої мережі допустиме базисне рішення (дерево) можна зобразити у вигляді рисунка 5 (зрозуміло, що це лише один з можливих варіантів початкового дерева). На рисунку 5 цифрами на ділянках позначені величини потоків, а цифри поруч
з вузлами - неявні ціни.

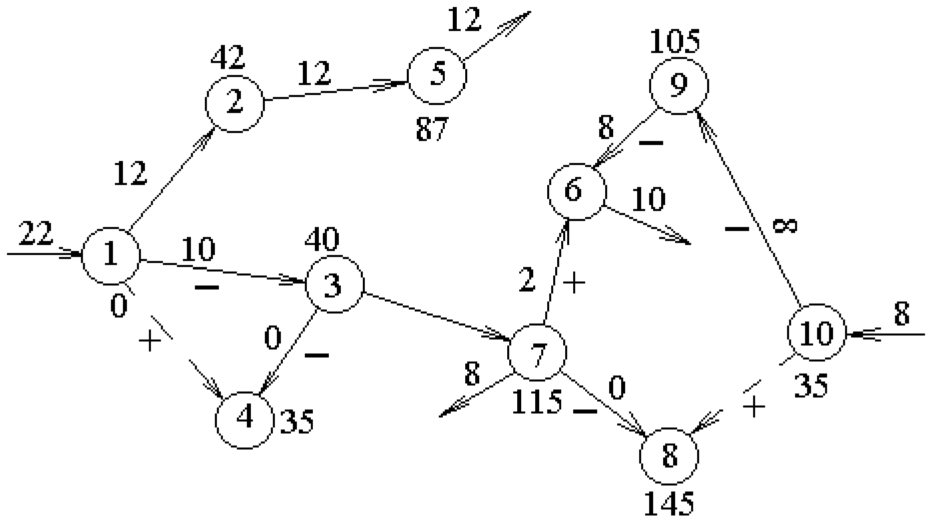


Рисунок 5 - Приклад початкового дерева допустимого рішення

Для рішення за рисунком 5 величина сумарного пробігу транспорту складе, км,

$$L_1 = C_{12} + C_{25} + C_{13} + C_{37} + C_{76} + C_{96} + C_{109} =$$
$$= 42 + 45 + 40 + 75 + 30 + 40 + 70 = 342.$$

Приймемо π_1 = 0, тоді решта неявних цін буде відповідати наведеним на рисунку 5. Наприклад:

$$\pi_3 = \pi_1 + C_{13} = 0 + 40 = 40;$$

$$\pi_7 = \pi_3 + C_{37} = 40 + 75 = 115;$$

$$\pi_6 = \pi_7 + C_{76} = 115 + 30 = 145;$$

$$\pi_9 = \pi_6 + C_{96} = 145 - 40 = 105.$$

Далі визначаємо значення C'_{ij} для всіх ділянок початкової мережі. Під час цього для тих ділянок, для яких на рисунку 5 не визначені напрямки потоків, доцільно визначати C'_{ij} тільки у напрямках зростання неявних цін. За даними рисунків 5 та 4 деякі значення C'_{ij} будуть складати:

$$C'_{13} = C_{13} - (\pi_3 - \pi_1) = 40 -(40 - 0) = 0;$$

$$C'_{32} = C_{32} - (\pi_2 - \pi_3) = 50 -(42 - 40) = 48;$$

$$C'_{14} = C_{14} - (\pi_4 - \pi_1) = 36 -(95 - 0) = -59;$$

$$C'_{108} = C_{108} - (\pi_8 - \pi_{10}) = 55 -(145 - 35) = -55.$$

Підрахувавши всі величини C'_{ij}, встановимо, що є два від'ємних значення $C'_{14} = -59$; $C'_{108} = -55$. Від'ємне значення C'_{14} означає, що на ділянці 1-4 треба збільшити потік, а тоді на ділянках 3-4 і 1-3 потоки треба зменшити. На рисунку 5 це умовно позначено знаками "+" та "-". Оскільки потік на ділянці 3-4 дорівнює нулю, то це фактично означає, що з початкового дерева треба виключити ділянку 3-4 та додати до нього ділянку 1-4 з нульовим потоком.

Розглянуті зміни не зачіпають інші ділянки мережі, тому одночасно можна ввести зміни, що пов'язані з $C'_{108} = -55$. Тут треба збільшити потоки на ділянках 10-8, 7-6 та зменшити потоки на ділянках 7-8, 10-9, 9-6, причому $\Theta = 8$. Як наслідок зроблених змін, отримаємо інше базисне рішення (дерево), що відповідає другому кроку процедури (рисунок 6).

За даними рисунка 6 значення критерію оптимальності складає, км,

$$L_2 = C_{12} + C_{25} + C_{13} + C_{37} + C_{76} + C_{87} + C_{108} =$$
$$= 42 + 45 + 40 + 75 + 30 + 30 + 55 = 317\,,$$

що краще у порівнянні з величиною L_1 для попереднього рішення.

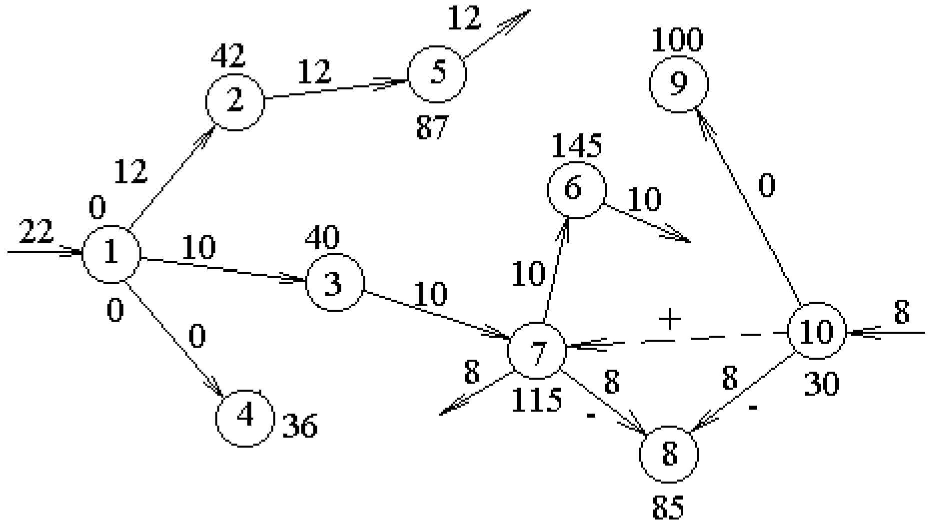


Рисунок 6 - Приклад дерева рішення для другого кроку процедури оптимізації

Значення неявних цін для другого кроку процедури оптимізації наведено на рисунку 6. Обчислення C'_{ij} показують, що тепер є дві ділянки з від'ємними значеннями C'_{ij}, а саме: $C'_{107} = -5$, $C'_{96} = -5$. Для зміни дерева обираємо одну з ділянок, наприклад 10-7. Тоді потік на ділянці 10-7 треба збільшити, а потоки на ділянках 10-8, 8-7 - зменшити (позначення "+", "-" на рисунку 6), причому Θ = 8. Як наслідок цих змін прийдемо до базисного рішення за рисунком 7.

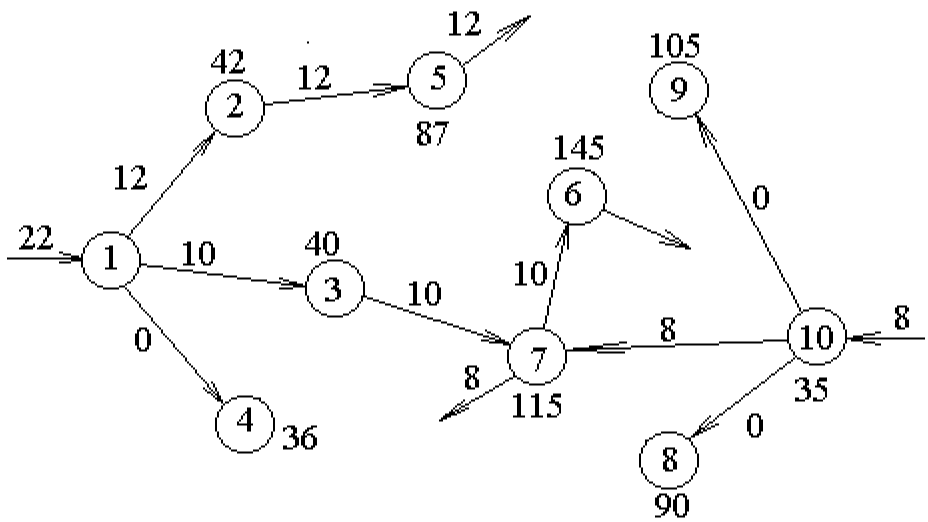


Рисунок 7 - Приклад дерева оптимального рішення

Обчислення величин π та C'_{ij} показують, що для всіх ділянок мережі $C'_{ij} \geq 0$, тому рішення за рисунком 7 є оптимальним.

Величина L для одержаного оптимального рішення дорівнює, км,

$$L_3 = C_{12} + C_{25} + C_{13} + C_{37} + C_{76} + C_{107} =$$
$$= 42 + 45 + 40 + 75 + 30 + 80 = 312.$$

Різниця у величинах пробігу між початковим та оптимальним рішенням складає, км,

$$\Delta L = L_1 - L_3 = 342 - 312 = 30.$$

Таким чином, оптимальне рішення забезпечує найменший пробіг рухомого складу. У порівнянні з початковим рішенням зменшення пробігу складе 30 км.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Соколицын С.А. Применение математических методов в экономике и организации машиностроительного производства. - Л.: Машиностроение, 1970. - 216 с.

2 Данич Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения. - М.: Прогресс, 1966. - 600 с.

3 Смехов А.А. Основы транспортной логистики : Учеб. для вузов. - М.: Транспорт, 1995. - 197 с.

4 Логистика: Учеб. пособие /Под ред. Б.А. Аникина. - М.: ИНФРА-М, 1997. - 327 с.

5 Леншин И.А., Смоляков Ю.И. Логистика. - М.: Машиностроение, 1996. - Ч.1. - 246 с.

6 Неруш Ю.М. Коммерческая логистика: Учеб. для вузов. - М.: Банки и биржи; ЮНИТИ, 1997. - 271 с.

7 Організація і технологія надання послуг: Навч. посібник / За ред. В.В. Акопія. – К.: Вид. центр “Академія”, 2006. – 311 с.