

**ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ**

**Кафедра «Електротехніка та електричні машини»**

## **ЗАВДАННЯ**

**на контрольні роботи 1, 2  
з методичними вказівками до їх виконання  
з дисципліни**

***“ЕЛЕКТРОТЕХНІКА”***

**для студентів спеціальності “Організація перевезень і  
управління на транспорті” заочної форми навчання**

**Харків – 2010**

**Завдання та методичні вказівки розглянуто та  
рекомендовано до друку на засіданні кафедри**

“Електротехніка та електричні машини” 26 листопада 2009 р., протокол № 3.

Наведені вихідні дані та послідовність роботи. Викладені методичні рекомендації до виконання та приклади розрахунків, запропоновані контрольні запитання для самоперевірки та захисту контрольних робіт.

Завдання охоплюють найважливіші теми дисципліни.

Методичні вказівки призначені для студентів заочної форми навчання спеціальності “Організація перевезень і управління на транспорті”, що вивчають дисципліну “Електротехніка”.

Укладачі:

доценти О.М Прогонний,  
С.М. Тихонравов,  
І.М. Сіроклин

Рецензент

доц. А.А. Прилипко

ЗАВДАННЯ НА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ 1, 2  
З МЕТОДИЧНИМИ ВКАЗІВКАМИ  
ДО ЇХ ВИКОНАННЯ

з дисципліни “Електротехніка ”  
для студентів заочної форми навчання спеціальності “Організація  
перевезень і управління на транспорті”

Відповідальний за випуск Сіроклин І.М.

Редактор Еткало О.О.

---

Підписано до друку 22.03.10 р.  
Формат паперу 60x84 1/16 . Папір писальний.  
Умовн.-друк.арк. 2,25. Обл.-вид.арк. 2,5.  
Замовлення № Тираж 250 Ціна

---

Видавництво УкрДАЗТу, свідоцтво ДК № 2874 від. 12.06.2007 р.  
Друкарня УкрДАЗТу,  
61050, Харків - 50, майд. Фейербаха, 7

**УКРАЇНЬСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

**ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ**

**Кафедра “Електротехніка та електричні машини”**

**ЗАВДАННЯ НА КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ № 1, 2  
З МЕТОДИЧНИМИ ВКАЗІВКАМИ ДО ЇХ ВИКОНАННЯ  
з дисципліни “Електротехніка ”  
для спеціальності “Організація перевезень і управління на  
транспорті” заочної форми навчання**

**Харків 2010**

Завдання та методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Електротехніка та електричні машини” 26 листопада 2009 р., протокол № 3.

Наведені вихідні дані та послідовність роботи. Викладені методичні рекомендації до виконання та приклади розрахунків, запропоновані контрольні запитання для самоперевірки та захисту контрольних робіт.

Завдання охоплюють найважливіші теми дисципліни.

Методичні вказівки призначені для студентів заочної форми навчання спеціальності “Організація перевезень і управління на транспорті”, що вивчають дисципліну “Електротехніка”.

Укладачі:

доценти О.М Прогонний,  
С.М. Тихонравов,  
І.М. Сіроклин

Рецензент

доц. А.А. Прилипко

## ЗМІСТ

	ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ .....	4
	КОНТРОЛЬНА РОБОТА 1 .....	6
Задача 1	Розрахунок простого розгалуженого лінійного електричного кола постійного струму з одним джерелом ЕРС .....	6
	Вихідні дані та завдання .....	6
	Методичні рекомендації щодо виконання .....	8
	Приклад розрахунку .....	10
Задача 2	Розрахунок складного лінійного електричного кола постійного струму .....	15
	Вихідні дані та завдання .....	15
	Методичні рекомендації до виконання .....	15
	Приклад розрахунку .....	18
	Запитання для захисту контрольної роботи 1 .....	24
	КОНТРОЛЬНА РОБОТА 2 .....	25
Задача 3	Розрахунок нерозгалуженого кола синусоїдного струму .....	25
	Вихідні дані та завдання .....	25
	Методичні рекомендації до виконання .....	26
	Приклад розрахунку .....	29
Задача 4	Розрахунок трифазної чотирипровідної системи живлення при несиметричному навантаженні .....	32
	Вихідні дані та завдання .....	32
	Методичні рекомендації до виконання .....	33
	Приклад розрахунку .....	36
	Запитання для захисту контрольної роботи 2 .....	40
	Список літератури .....	42
Додаток А	Комплексні числа та арифметичні дії з ними ..	43
Додаток Б	Основні електричні величини .....	46

## **ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ**

Виконання контрольних робіт є необхідним етапом у самостійній роботі студента заочної форми навчання і повинно свідчити про те, що відповідний матеріал дисципліни пророблено і достатньо глибоко осмислено. Навчальним планом передбачені дві контрольні роботи, зміст яких охоплює найбільш важливі розділи курсу. Кожна з контрольних робіт складається з двох задач. За обсягом одна контрольна робота не повинна перевищувати 10 аркушів.

Завдання мають 100 варіантів, що відрізняються один від одного схемами і числовими значеннями заданих величин.

**Варіант, який слід виконувати, визначається за двома останніми цифрами шифру студента (номера залікової книжки): за останньою цифрою обирається номер схеми, а за передостанньою - номер варіанта числових значень величин.**

Кожна робота виконується на аркушах паперу формату А-4, скріплених степлером. Перший аркуш – титульний лист. Робота може виконуватись від руки або на комп'ютері, на одній стороні аркуша з дотриманням встановлених полів.

Хід виконання робіт пояснюється та ілюструється схемами і векторними діаграмами. На електричних схемах повинні бути

показані складові елементи та позитивні напрямки струмів.

Графічна частина роботи виконується акуратно за допомогою креслярського інструменту із дотриманням стандартів на умовні графічні позначення.

При обчисленнях слід дотримуватись такого порядку записів: спочатку формула, потім підстановка числових значень, що входять у формулу без яких-небудь перетворень, потім - результат із вказівкою одиниць виміру (додатки А, Б).

Для величин, що змінюються за часом, наприклад, ЕРС, напруги, потенціали, струми та інші, слід застосовувати такі позначення:

миттєве значення позначати маленькою літерою – ***i, u, e***;

постійний струм, напругу та ЕРС, а також діючі значення синусоїдних величин великою літерою без крапки над нею – **I, U, E**;

амплітудні значення синусоїдних величин великою літерою з індексом “m” – **Im, Um, Em**.

Захист контрольних робіт може проводитись усно при співбесіді з викладачем або письмово у вигляді тестів. Викладачем оцінюється виконання робіт і їх захист.

## КОНТРОЛЬНА РОБОТА I

**Задача 1 Розрахунок простого розгалуженого лінійного електричного кола постійного струму з одним джерелом ЕРС**

### Вихідні дані та завдання

Для електричного кола, зображеного на рисунку 1.1, визначити струми і скласти баланс потужності. Визначити показання вольметра, якщо його увімкнути паралельно резистору  $R_6$ .

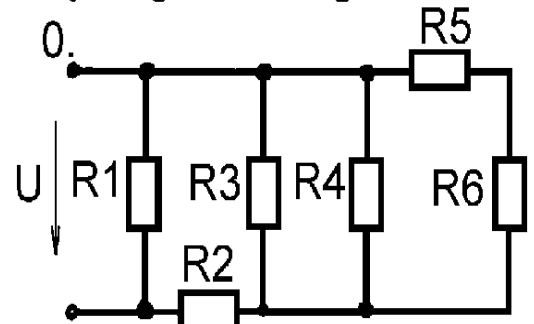
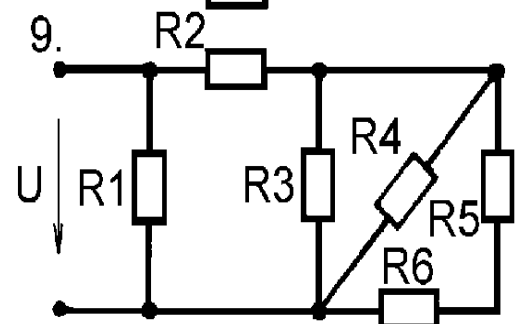
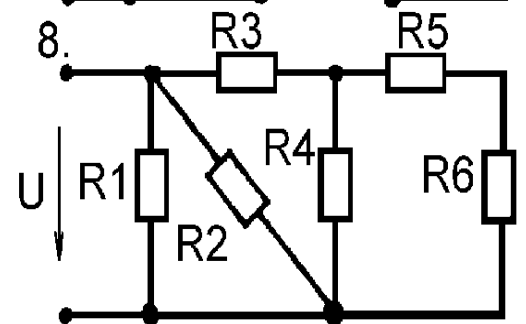
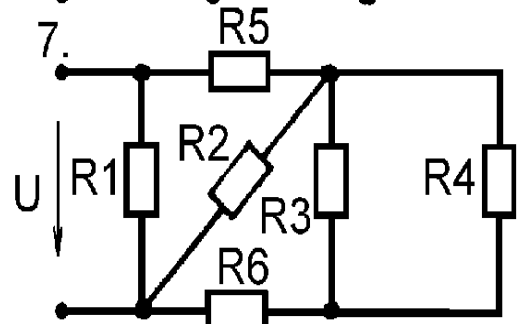
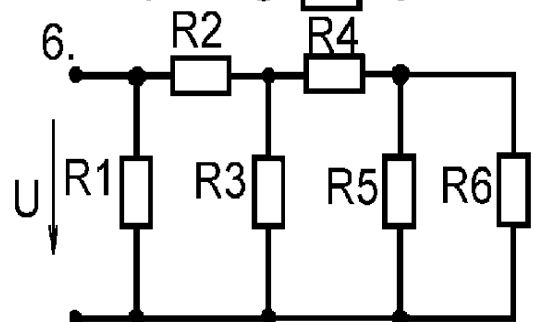
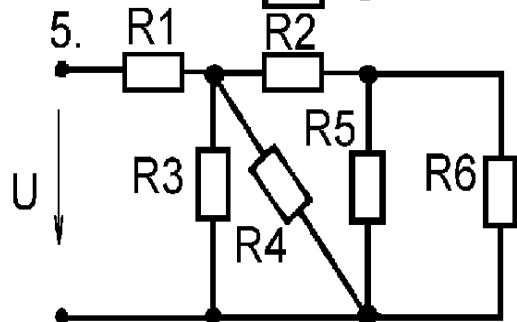
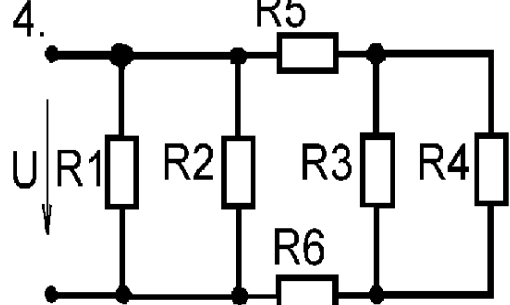
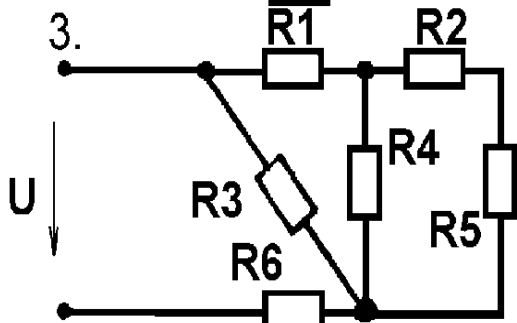
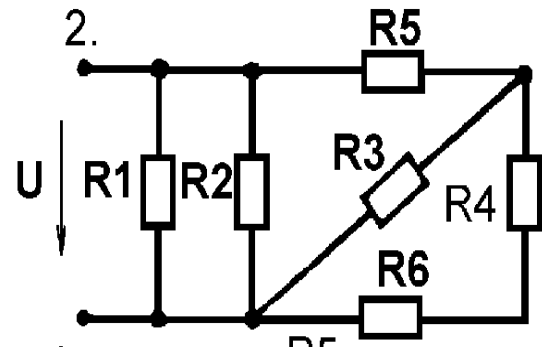
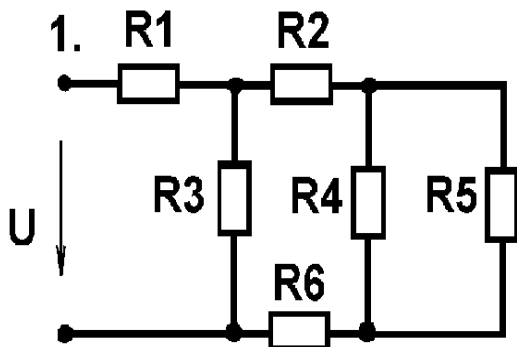
Значення опорів резисторів і напруги на вхідних затискачах кола наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Варіант	U, В	Опори, Ом					
		$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
1	115	15	13	8	16	14	10
2	140	10	12	6	8	18	14
3	95	16	17	18	7	6	7
4	105	15	12	6	10	11	16
5	130	13	9	15	7	8	14
6	110	8	7	14	12	8	13
7	120	10	7	9	14	6	15
8	75	7	13	11	10	10	15
9	85	11	9	13	14	8	12
0	65	7	16	14	13	9	11







## Рисунок 1.1

### Методичні рекомендації до виконання

Теоретичний матеріал і приклади розрахунку наведені в [1, § 1.8.1 - 1.10.4; 2, § 2.6-2.7; 3.1-3.3].

Рекомендується нижченаведений порядок розрахунку.

1 На заданій електричній схемі позначити всі шукані струми. Методом згортання схеми визначити її загальний (еквівалентний) опір. Для цього в схемі необхідно знаходити ділянки з послідовним або паралельним вмиканням опорів.

2 За законом Ома для замкнутого кола визначити струм через джерело електричної енергії:

$$I = \frac{U}{R_{\text{д\`е\`а}}}.$$

3 Застосовуючи закони Ома та Кірхгофа визначити невідомі струми, пам'ятаючи, що:

у схемі кількість струмів дорівнює кількості гілок;

гілка – це послідовне з'єднання елементів схеми між двома вузлами;

вузол – це точка електричного з'єднання трьох та більше проводів;

перший закон Кірхгофа: алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю.

$$\sum I = 0.$$

У цьому рівнянні струми, що входять у вузол, записують зі знаком плюс, а ті, що виходять, – зі знаком мінус.

Другий закон Кірхгофа: алгебраїчна сума електрорушійних сил (ЕРС) у замкненому контурі дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруги у цьому контурі.

$$\sum E = \sum I \cdot R .$$

Контур – це послідовне з'єднання двох або більше гілок. Кожна гілка може входити у контур тільки один раз.

Якщо контур з одних пасивних елементів (опорів) підключено до однієї вхідної напруги  $U$ , то у лівій частині рівняння другого закону Кірхгофа для цього контуру замість ЕРС буде ця вхідна напруга  $U = \sum I \cdot R$ .

Для практичного запису другого закону Кірхгофа треба задатися позитивними напрямками струмів у гілках та напрямком обходу контуру (наприклад, за годинниковою стрілкою).

Якщо ЕРС збігається з обходом контуру, то вона записується зі знаком плюс, якщо не збігається, – то мінус.

Якщо напрямок струму через резистор збігається з напрямком обходу контуру, то падіння напруги на цьому резисторі ( $I \cdot R$ ) записується зі знаком плюс, якщо не збігається, - то мінус.

4 Для перевірки правильності розрахунків скласти баланс потужностей:

$$\sum E \cdot I_E = \sum I_R^2 \cdot R ,$$

де  $I_E$  – струм через джерело ЕРС;

$I_R$  – струм через резистор.

У рівнянні балансу потужностей: з лівої сторони – алгебраїчна сума потужностей, що розвиваються джерелами. Зі знаком плюс береться потужність джерела, якщо струм через неї збігається з напрямком ЕРС. Якщо струм іде назустріч ЕРС, його потужність враховується зі знаком мінус. Наприклад, коли акумуляторна батарея у режимі зарядки сама споживає електричну потужність.

З правої сторони рівняння балансу потужностей завжди

позитивна сумарна потужність споживачів.

5 Визначити напругу, яку покаже вольтметр, підключений паралельно до резистора  $R_6$ .

$$U_6 = I \cdot R_6,$$

де  $I$  - струм, що тече через резистор  $R_6$ .

### Приклад розрахунку

Нехай задана схема, що зображена на рисунку 1.2.

Вихідні дані:  $U=50$  В,  $R_1=12$  Ом,  $R_2=10$  Ом,

$R_3=7$  Ом,  $R_4=15$  Ом,  $R_5=9$  Ом,  $R_6=8$  Ом

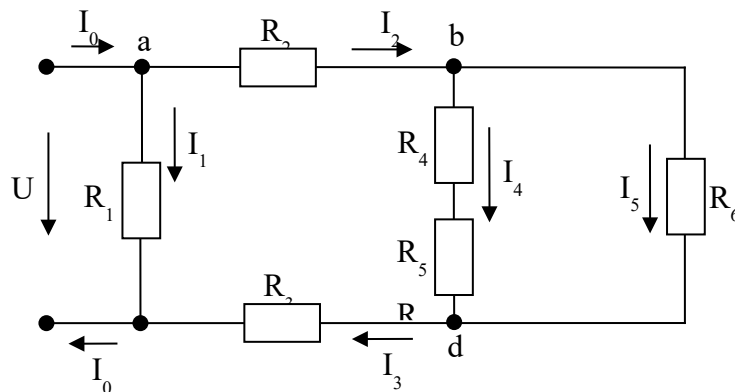


Рисунок 1.2

1 Задаємо дійсні напрямки струмів у всіх гілках від плюса джерела до мінуса і починаємо згортати схему шляхом еквівалентних перетворень.

Резистори  $R_4$  та  $R_5$  з'єднані послідовно, тому їх можна замінити еквівалентним, використовуючи формулу для послідовного з'єднання опорів (рисунок 1.3).

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 15 + 9 = 24 \text{ Ом.}$$

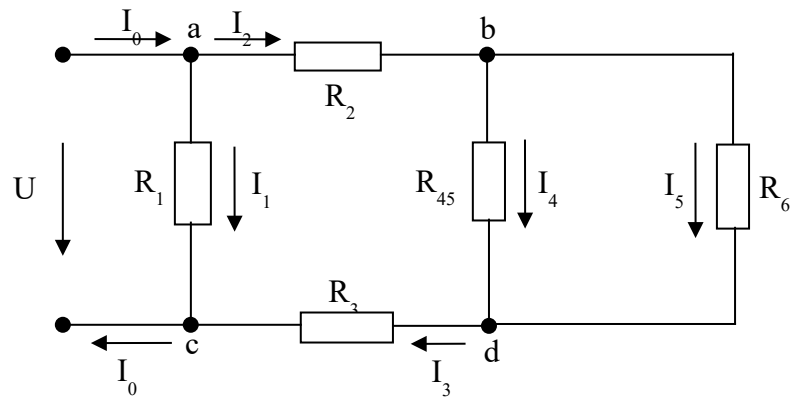


Рисунок 1.3

Резистори  $R_{45}$  та  $R_6$  з'єднані паралельно, тому використовуємо формулу для паралельного з'єднання опорів (рисунок 1.4).

$$R_{456} = \frac{R_{45} \cdot R_6}{R_{45} + R_6} = \frac{24 \cdot 8}{24 + 8} = 6 \text{ Ом.}$$

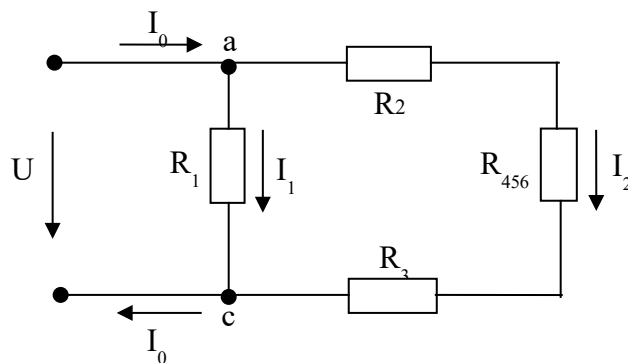


Рисунок 1.4

Резистори  $R_2$ ,  $R_3$  та  $R_{456}$  з'єднані послідовно, отже, треба використати формулу для послідовного з'єднання опорів (рисунок 1.5).

$$R_{23456} = R_2 + R_3 + R_{456} = 10 + 7 + 6 = 23 \text{ Ом.}$$

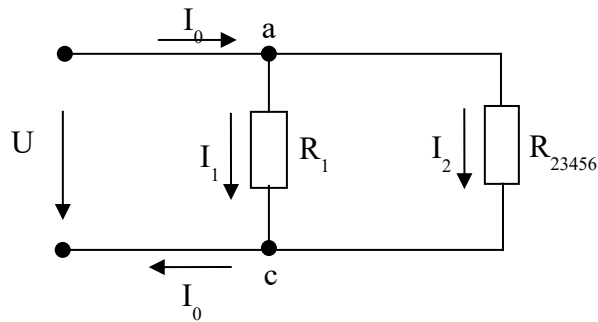


Рисунок 1.5

Резистори, що залишились, з'єднані паралельно, тому знайдемо еквівалентний опір схеми (рисунок 1.6).

$$R_{\text{екв}} = \frac{R_1 \cdot R_{23456}}{R_1 + R_{23456}} = \frac{12 \cdot 23}{12 + 23} = 7,89 \text{ Ом.}$$

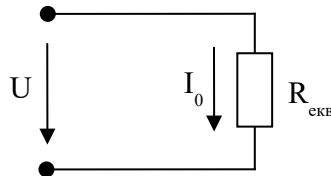


Рисунок 1.6

2 Визначаємо струм через джерело електричної енергії за законом Ома

$$I_0 = \frac{U}{R_{\text{екв}}} = \frac{50}{7,89} = 6,34 \text{ А.}$$

3 Визначаємо невідомі струми за законами Ома та Кірхгофа.

Напряга на опорі  $R_1$  дорівнює  $U$  (рисунок 1.5), тому

знайдемо струм  $I_1$  за законом Ома.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{50}{12} = 4,17 \text{ А.}$$

Запишемо перший закон Кірхгофа для вузла «а» (рисунок 1.3) та знайдемо струм  $I_2$ :

$$I_0 - I_1 - I_2 = 0,$$

$$I_2 = I_0 - I_1 = 6,34 - 4,17 = 2,17 \text{ А.}$$

З виразу першого закону Кірхгофа для вузла «с» видно, що  $I_3 = I_2$ :

$$I_1 + I_3 - I_0 = 0,$$

$$I_3 = I_0 - I_1 = 6,34 - 4,17 = 2,17 \text{ А.}$$

Запишемо другий закон Кірхгофа для контуру «с-а-b-d-с» (рисунок 1.4) і знайдемо струм  $I_4$ :

$$-I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_{45} = 0,$$

$$I_4 = \frac{I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3}{R_{45}} = \frac{4,17 \cdot 12 - 2,17 \cdot 10 - 2,17 \cdot 7}{24} = 0,55 \text{ А.}$$

Для вузла «b» запишемо перший закон Кірхгофа і знайдемо струм  $I_5$ :

$$I_2 - I_4 - I_5 = 0,$$

$$I_5 = I_2 - I_4 = 2,17 - 0,55 = 1,62 \text{ А.}$$

Другим варіантом знаходження струмів  $I_4$  та  $I_5$  є визначення напруги  $U_{bd}$  за законом Ома.

$$U_{bd} = I_2 \cdot R_{456} = 2,17 \cdot 6 = 13,2 \text{ В,}$$



$$I_4 = \frac{U_{bd}}{R_{45}} = \frac{13,2}{24} = 0,55 \text{ А.}$$

$$I_5 = I_2 - I_4 = 2,17 - 0,55 = 1,62 \text{ А.}$$

4 Для перевірки розрахунку складаємо баланс потужностей. Розраховуємо потужність, яку виробляє джерело.

$$P_{\text{ае}} = U \cdot I_0 = 50 \cdot 6,34 = 317 \text{ Вт.}$$

Розраховуємо потужності, що споживають опори навантаження:

$$P_{R_1} = I_1^2 \cdot R_1 = 4,17^2 \cdot 12 = 208,67 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_2} = I_2^2 \cdot R_2 = 2,17^2 \cdot 10 = 47,09 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_3} = I_3^2 \cdot R_3 = 2,17^2 \cdot 7 = 32,96 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_4} = I_4^2 \cdot R_4 = 0,55^2 \cdot 15 = 4,54 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_5} = I_4^2 \cdot R_5 = 0,55^2 \cdot 9 = 2,72 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_6} = I_5^2 \cdot R_6 = 1,62^2 \cdot 8 = 21 \text{ Вт,}$$

$$\sum I^2 \cdot R = 208,67 + 47,09 + 32,96 + 4,54 + 2,72 + 21 = 316,98 \text{ Вт.}$$

Баланс потужностей:

$$U \cdot I = \sum I^2 \cdot R,$$

$$317 \text{ Вт} \approx 316,98 \text{ Вт.}$$

Розраховуємо похибку, яка виникла за рахунок округлювання:

$$\Delta = \frac{P_{\text{ае}} - \sum I^2 \cdot R}{P_{\text{ае}}} \cdot 100\% = \frac{317 - 316,98}{317} \cdot 100\% = 0,006\%.$$

5 Розраховуємо напругу на резисторі  $R_6$ , яку покаже вольтметр, підключений до нього паралельно:

$$U_6 = I_5 \cdot R_6 = 1,62 \cdot 8 = 12,96 \text{ В.}$$

## **Задача 2 Розрахунок складного лінійного електричного кола постійного струму**

### **Вихідні дані та завдання**

Для електричного кола, зображеного на рисунку 1.7, визначити струми і скласти баланс потужності.

Значення опорів резисторів і ЕРС джерел наведені в таблиці 1.2.

### **Методичні рекомендації до виконання**

Рекомендується нижченаведений порядок розрахунку.

1 На вихідній схемі задатися позитивними напрямками струмів в усіх гілках.

2 Згорнути паралельні ділянки кола без джерел ЕРС так, як це робили у задачі 1, та отримати схему з трьома гілками. Наприклад, у схемі 5 (рисунок 1.7) резистори  $R_1$  та  $R_2$  можна замінити одним еквівалентним  $R_{12}$  за формулою паралельного з'єднання. У цій же схемі резистори  $R_3$  та  $R_5$  також з'єднані паралельно і мають бути аналогічно замінені на  $R_{35}$ . У схемі 8 резистор  $R_3$  є паралельним до двох послідовно з'єднаних резисторів  $R_6$  та  $R_7$ . Цю ділянку кола треба замінити одним еквівалентним резистором  $R_{367}$ .

$$R_{367} = \frac{R_3 \cdot (R_6 + R_7)}{R_3 + R_6 + R_7}.$$

3 Скласти за законами Кірхгофа систему рівнянь, кількість яких дорівнює кількості невідомих струмів у схемі після еквівалентних перетворень. Пам'ятати, що за першим законом Кірхгофа можна скласти на одне рівняння менше кількості вузлів у схемі. Інші рівняння складаються за другим законом Кірхгофа з урахуванням того, щоб усі ЕРС увійшли до рівнянь хоча б один раз.

4 Розв'язати отриману систему рівнянь яким завгодно методом і знайти перші три шукані струми.

5 Знайти невідомі струми у паралельних гілках, які були згорнені, за формулою розкиду або за законом Ома, знайшовши спочатку напругу на паралельних резисторах  $U_{12}$ ,  $U_{35}$  або  $U_{367}$ .

Таблиця 1.2

Варіант	E1, В	E2, В	E3, В	Опори, Ом						
				R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>
1	115	50	70	15	13	8	16	14	10	5
2	140	60	30	10	12	6	8	18	14	7
3	95	130	40	16	17	18	7	6	9	5
4	105	40	15	15	12	6	10	11	16	8
5	130	60	50	13	9	15	7	8	14	10
6	110	30	20	8	7	14	12	8	13	6
7	120	25	70	10	7	9	14	6	15	10
8	75	35	120	7	13	11	10	10	15	6
9	85	20	140	11	9	13	14	8	12	5
0	65	150	25	7	16	14	13	9	11	8

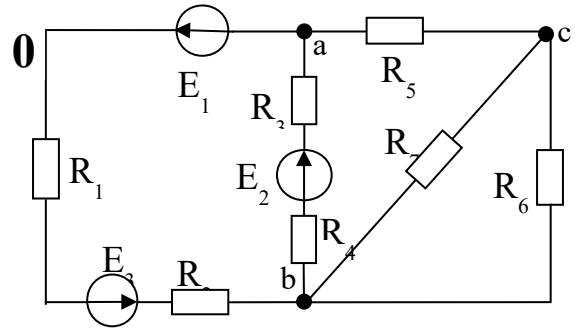
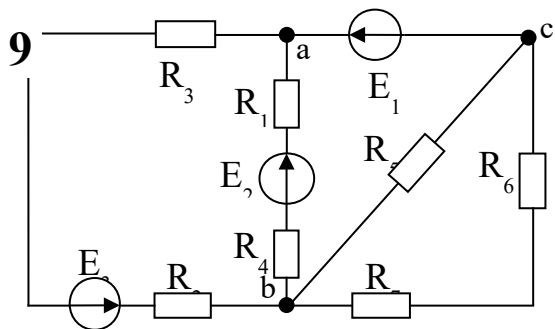
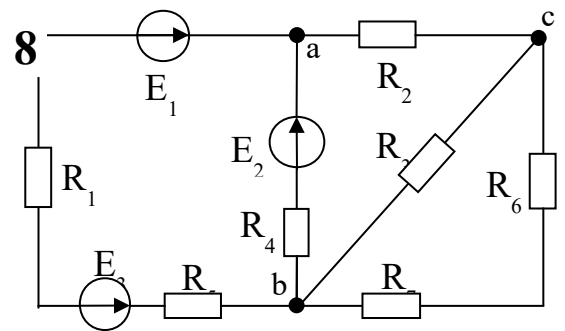
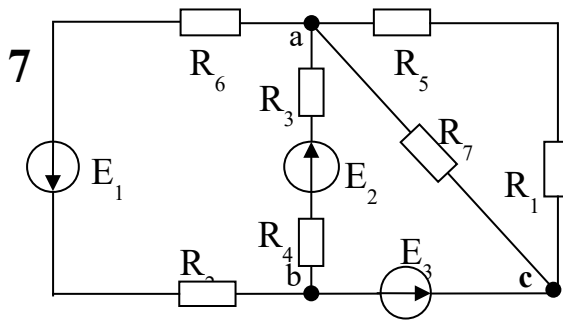
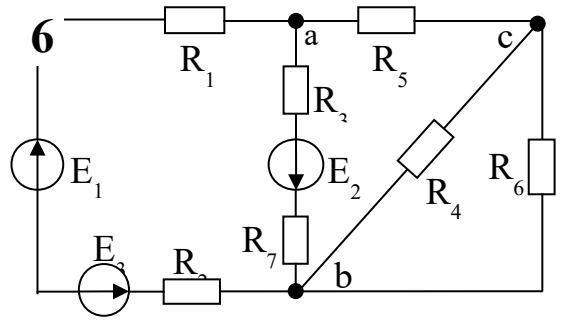
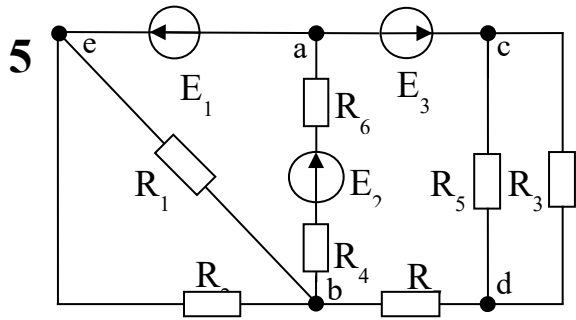
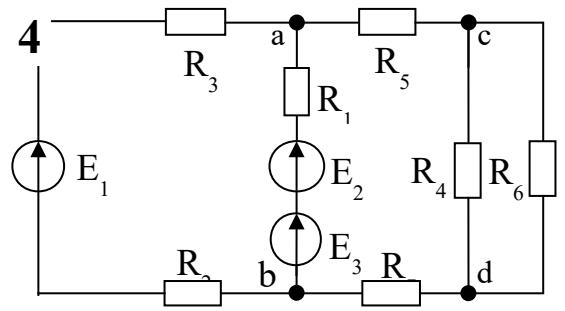
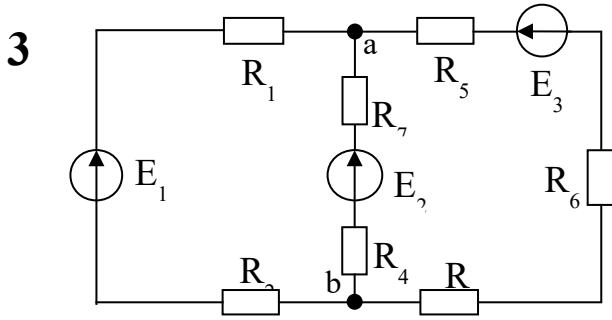
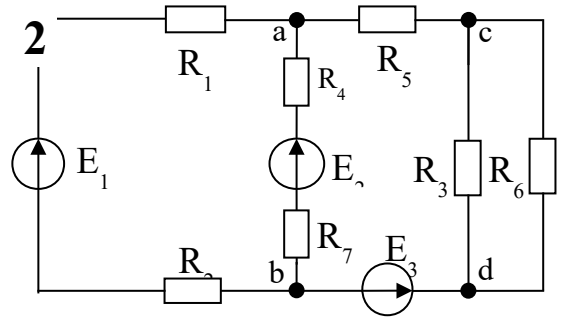
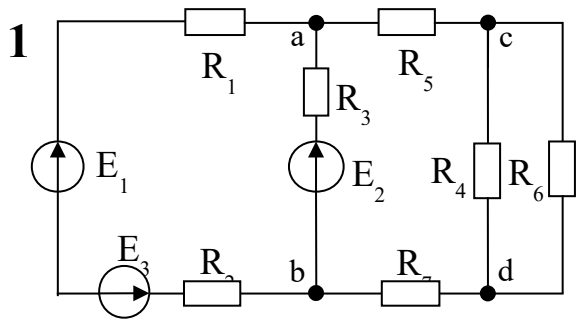


Рисунок 1.7

Формули розкиду дозволяють відразу знайти струми у паралельних гілках, якщо вже знайдено загальний струм, що підтікає до вузла розгалуження.

Наприклад, якщо відомо значення струму  $I_1$  та резисторів  $R_2, R_3$  (рисунок 1.8), то струми у паралельних гілках дорівнюють:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot R_3}{R_2 + R_3}, \quad I_3 = \frac{I_1 \cdot R_2}{R_2 + R_3}.$$

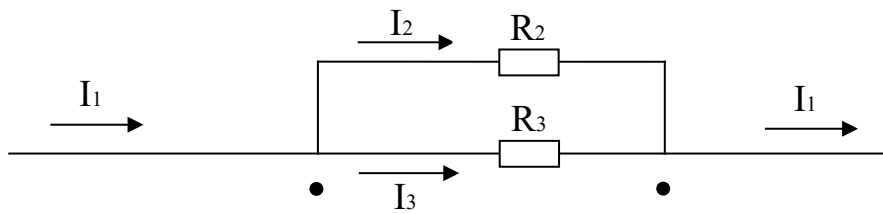


Рисунок 1.8

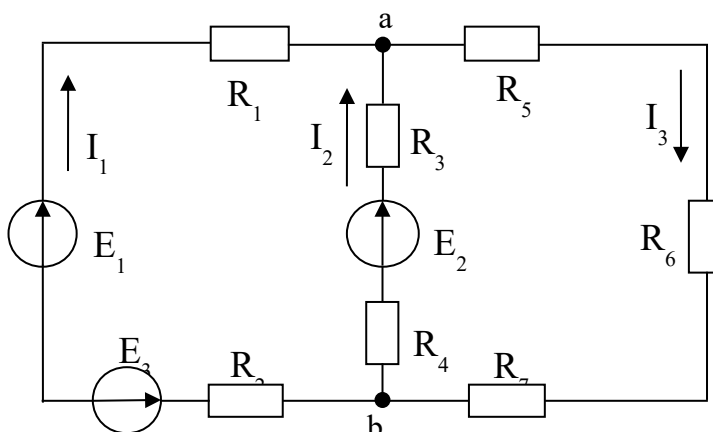
6 Для перевірки правильності розрахунків скласти баланс потужностей аналогічно методичних рекомендацій до виконання задачі 1:

$$\sum E \cdot I_E = \sum I_R^2 \cdot R.$$

У рівнянні балансу потужностей: з лівої сторони – алгебраїчна сума потужностей, що розвиваються джерелами, а з правої – завжди додатна арифметична сумарна потужність споживачів.

### Приклад розрахунку

Нехай задана схема, що зображена на рисунку 1.9.



## Рисунок 1.9

Вихідні дані:

$$E_1 = 70 \text{ В}, E_2 = 100 \text{ В}, E_3 = 20 \text{ В}, R_1 = 2 \text{ Ом}, R_2 = 8 \text{ Ом}, \\ R_3 = 3 \text{ Ом}, R_4 = 10 \text{ Ом}, R_5 = 12 \text{ Ом}, R_6 = 7 \text{ Ом}, R_7 = 9 \text{ Ом}.$$

1 Задаємося довільними напрямками струмів у всіх гілках та обходом контурів (за годинниковою стрілкою). Кількість необхідних рівнянь дорівнює кількості невідомих струмів, а кількість струмів дорівнює кількості гілок у схемі.

2 За першим законом Кірхгофа можна скласти на одне рівняння менше, ніж у схемі є вузлів. Тобто у нашому випадку тільки одне рівняння.

Записуємо перший закон Кірхгофа для вузла «а»:

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

3 Інші два необхідні рівняння записуються за другим законом Кірхгофа, враховуючи, що всі джерела ЕРС повинні хоч один раз у них входити.

Записуємо другий закон Кірхгофа для великого зовнішнього контуру:

$$E_1 - E_3 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_6 + I_3 \cdot R_7 + I_1 \cdot R_2;$$

$$E_1 - E_3 = I_1 \cdot (R_1 + R_2) + I_3 \cdot (R_5 + R_6 + R_7).$$

Запишемо другий закон Кірхгофа для малого правого контуру:

$$E_2 = I_2 \cdot R_3 + I_3 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_6 + I_3 \cdot R_7 + I_2 \cdot R_4;$$

$$E_2 = I_3 \cdot (R_5 + R_6 + R_7) + I_2 \cdot (R_3 + R_4).$$

4 Складемо систему рівнянь, підставляючи числові значення ЕРС та опорів у формули, що отримані вище:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 10 \cdot I_1 + 28 \cdot I_2 = 50 \\ 13 \cdot I_2 + 28 \cdot I_3 = 100 \end{cases};$$

5 Розв'язуємо систему рівнянь одним з двох відомих методів («підстановки» чи «визначників»).

При застосуванні методу підстановки значення струму  $I_3$  з першого рівняння підставимо у два останні.

$$\begin{cases} 10 \cdot I_1 + 28 \cdot (I_1 + I_2) = 50 \\ 13 \cdot I_2 + 28 \cdot (I_1 + I_2) = 100 \end{cases}.$$

У результаті після розкриття дужок і перетворень отримуємо систему двох рівнянь з двома невідомими струмами:

$$\begin{cases} 38 \cdot I_1 + 28 \cdot I_2 = 50 \\ 28 \cdot I_1 + 41 \cdot I_2 = 100 \end{cases}.$$

Щоб розв'язати цю систему, знаходимо два числа  $N_1$  та  $N_2$ , на які будемо множити перше та друге рівняння перед тим, як їх додати одне до одного, щоб, позбавившись одного з невідомих струмів, знайти інший. Це є коефіцієнти перед одним зі струмів у двох рівняннях (наприклад, перед  $I_1$ ). Тобто  $N_1 = 28$ , а  $N_2 = -38$ . Знак мінус перед одним з чисел потрібен для того, щоб при додаванні  $I_1$  скоротився. Визначені коефіцієнти можуть бути скорочені на одне й те ж число. Таким чином, у нашому випадку:

$$N_1 = \frac{28}{2} = 14, \quad N_2 = -\frac{38}{2} = -19.$$

Помножимо всі члени першого рівняння на  $N_1 = 14$  і всі члени другого рівняння на  $N_2 = -19$ .

$$\begin{cases} 532 \cdot I_1 + 392 \cdot I_2 = 700 \\ -532 \cdot I_1 - 779 \cdot I_2 = -1900 \end{cases} .$$

Додаємо перше рівняння до другого і після перетворень отримуємо:

$$-387 \cdot I_2 = -1200, \quad \text{звідки} \quad I_2 = 3,1 \text{ А.}$$

Струм  $I_1$  знаходимо з першого рівняння після підстановки в нього  $I_2 = 3,1 \text{ А}$ :

$$I_1 = \frac{700 - 392 \cdot 3,1}{532} = -0,97 \text{ А.}$$

Знайдемо струм  $I_3$  за першим законом Кірхгофа:

$$I_3 = I_1 + I_2 = -0,97 + 3,1 = 2,13 \text{ А.}$$

Систему рівнянь з двома невідомими струмами також можна розв'язати методом визначників:

$$\begin{cases} 38 \cdot I_1 + 28 \cdot I_2 = 50 \\ 28 \cdot I_1 + 41 \cdot I_2 = 100 \end{cases} .$$

Знайдемо струми  $I_1$  та  $I_2$  за методом Крамера через визначники:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 38 & 28 \\ 28 & 41 \end{vmatrix} = 38 \cdot 41 - 28 \cdot 28 = 774 .$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 50 & 28 \\ 100 & 41 \end{vmatrix} = 50 \cdot 41 - 100 \cdot 28 = -750 .$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 38 & 50 \\ 28 & 100 \end{vmatrix} = 38 \cdot 100 - 28 \cdot 50 = 2400 .$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-750}{774} = -0,97 \text{ А}, \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2400}{774} = 3,1 \text{ А.}$$

Струм  $I_3$  як і в попередньому випадку знайдемо за першим законом Кірхгофа:



$$I_3 = I_1 + I_2 = -0,97 + 3,1 = 2,13 \text{ А.}$$

6 Для перевірки розрахунку складаємо баланс потужностей.

Розраховуємо потужності джерел:

$$P_{дж1} = -E_1 \cdot I_1 = -70 \cdot 0,97 = -67,9 \text{ Вт,}$$

$$P_{дж2} = E_2 \cdot I_2 = 100 \cdot 3,1 = 310 \text{ Вт,}$$

$$P_{дж3} = E_3 \cdot I_1 = 20 \cdot 0,97 = 19,4 \text{ Вт,}$$

$$\sum P_{дж} = -67,9 + 310 + 19,4 = 261,5 \text{ Вт.}$$

Розраховуємо потужності, що споживають опори навантаження

$$P_{R_1} = I_1^2 \cdot R_1 = 0,97^2 \cdot 2 = 1,8818 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_2} = I_1^2 \cdot R_2 = 0,97^2 \cdot 8 = 7,5272 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_3} = I_2^2 \cdot R_3 = 3,1^2 \cdot 3 = 28,83 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_4} = I_2^2 \cdot R_4 = 3,1^2 \cdot 10 = 96,1 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_5} = I_3^2 \cdot R_5 = 2,13^2 \cdot 12 = 54,4428 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_6} = I_3^2 \cdot R_6 = 2,13^2 \cdot 7 = 31,7583 \text{ Вт,}$$

$$P_{R_7} = I_3^2 \cdot R_7 = 2,13^2 \cdot 9 = 40,8321 \text{ Вт,}$$

$$\sum I^2 \cdot R = 1,8818 + 7,5272 + 28,83 + 96,1 + 54,4428 + 31,7583 + 40,8321 =$$

= 261,3722 Вт.

Баланс потужностей:

$$\sum P_{дж} = \sum I^2 \cdot R.$$

$$261,5 \text{ Вт} \approx 261,3722 \text{ Вт}.$$

Розраховуємо похибку, яка виникла за рахунок округлювання:

$$\Delta = \frac{\sum P_{\text{ае}} - \sum I^2 \cdot R}{\sum P_{\text{ае}}} \cdot 100\% = \frac{261,5 - 261,3722}{261,5} \cdot 100\% = 0,04887\%.$$

### **Запитання для захисту контрольної роботи 1**

- 1 Дати визначення і вміти показати на схемі топологічні елементи електричних кіл.
- 2 Дати визначення понять «вузол», «гілка», «контур».
- 3 Як визначається загальний опір при послідовному вмиканні опорів?
- 4 Як визначається загальний опір при паралельному вмиканні опорів?
- 5 Дати визначення закону Ома для замкнутого кола і ділянки.
- 6 Сформулювати перший закон Кірхгофа і показати його застосування в контрольній роботі.
- 7 Скільки рівнянь можна скласти за першим законом Кіргофа при розрахунку складного електричного кола?
- 8 Сформулювати другий закон Кірхгофа.
- 9 Сформулювати правила запису другого закону Кірхгофа.
- 10 Визначення потужності джерела ЕРС.
- 11 Визначення потужності споживачів електричної

енергії.

12 Баланс потужностей: його призначення і правила складання.

13 Пояснити фізичний сенс від'ємної потужності джерела ЕРС у балансі потужностей.

14 Чи може бути від'ємним значення потужності споживачів у правій частині рівняння другого закону Кірхгофа?

15 Коли доцільно для знаходження невідомих струмів використовувати формулу розкиду?

## КОНТРОЛЬНА РОБОТА 2

### Задача 3 Розрахунок нерозгалуженого кола синусоїдного струму

#### Вихідні дані та завдання

Варіанти розрахункових схем наведено на рисунку 2.1.

Напруга на затискачах кола змінюється за законом  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ .

Амплітудне значення  $U_m$  і початкова фаза  $\psi_u$  напруги, а також значення активних  $R$ , індуктивних  $X_L$  і ємнісних  $X_C$  опорів наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Величина	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_m, \text{В}$	240	220	127	380	400	180	200	260	300	280
$\psi_u, \text{град}$	15	-30	45	-60	70	-20	35	-40	50	-75
$R_1, \text{Ом}$	2	4	6	7	9	4	12	11	7	4

$X_{L1}, \text{ Ом}$	9	6	6	12	8	8	10	6	9	7
$X_{C1}, \text{ Ом}$	4	2	9	6	12	9	4	7	11	8
$R_2, \text{ Ом}$	9	6	6	12	8	14	11	6	5	4
$X_{L2}, \text{ Ом}$	7	6	2	9	8	9	11	4	8	6
$X_{C2}, \text{ Ом}$	2	6	9	12	8	7	6	9	12	9

### Необхідно:

- 1) визначити показання вимірювальних приладів, що є на схемі;
- 2) визначити закон зміни струму в колі;
- 3) визначити активну, реактивну і повну потужності, споживані колом;
- 4) визначити напруги на всіх елементах кола у комплексній формі;
- 5) побудувати векторну діаграму струмів та напруг.

### Методичні рекомендації до виконання

Теоретичний матеріал і приклади розрахунку наведені в [1, § 2.1-2.6; 2.10; 2, § 4.1-4.12; 5.1-5.8]. Форми подання комплексних чисел та дії з комплексними числами наведені у додатку А.

Рекомендується нижченаведений порядок розрахунку.

- 1 Записати в комплексній формі величину прикладеної напруги

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u},$$

де  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  - діюче значення напруги, В;

$\psi_u$  – початкова фаза напруги, ° (десяткові градуси).

- 2 Обчислити загальний комплексний опір електричного кола в показовій формі

$$\underline{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X}{R}} = Z e^{j\varphi},$$

де  $X = (X_L - X_C)$  - реактивний опір кола, Ом;

$\varphi = \psi_u - \psi_i$  – зсув фаз між напругою та струмом, °.

3 За законом Ома в комплексній формі визначити струм, А:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = I \cdot e^{j\varphi_i}.$$

Амперметр показує діюче значення струму  $I$ .

4 Визначити діюче значення напруги, В, на ділянці електричного кола

$$U = I \cdot Z_d,$$

де  $Z_d = \sqrt{R^2 + X^2}$  – величина опору ділянки кола.

5 Записати миттєве значення струму, А, у колі

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i).$$

6 Обчислити потужності, споживані колом:

активна потужність, Вт:  $P = R \cdot I^2$ ;

реактивна потужність, Вар:  $Q = X \cdot I^2$ ;

повна потужність, ВА:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

7 Побудувати векторну діаграму.

Векторна діаграма – це зображення на комплексній площині векторами всіх струмів і напруг, що діють у колі.

При послідовному вмиканні активних та реактивних опорів побудову векторної діаграми рекомендується починати з вектора струму. Для цього вектор, довжина якого дорівнює діючому значенню струму у колі, відкладається під кутом його

початкової фази до осі абсцис. Початкова фаза - це аргумент показової форми комплексного струму. Позитивні значення кутів на комплексній площині відкладаються проти годинникової стрілки. Нульовий кут збігається з віссю абсцис. Вектори напруг на елементах кола слід показувати, керуючись положенням: на активному опорі напрямок струму і напруги збігаються, на індуктивності – напруга випереджає струм на  $90^\circ$ , а на ємності – напруга відстає від струму на  $90^\circ$ . Вектор напруги джерела одержують на основі другого закону Кірхгофа, додаючи вектори напруг окремих елементів.

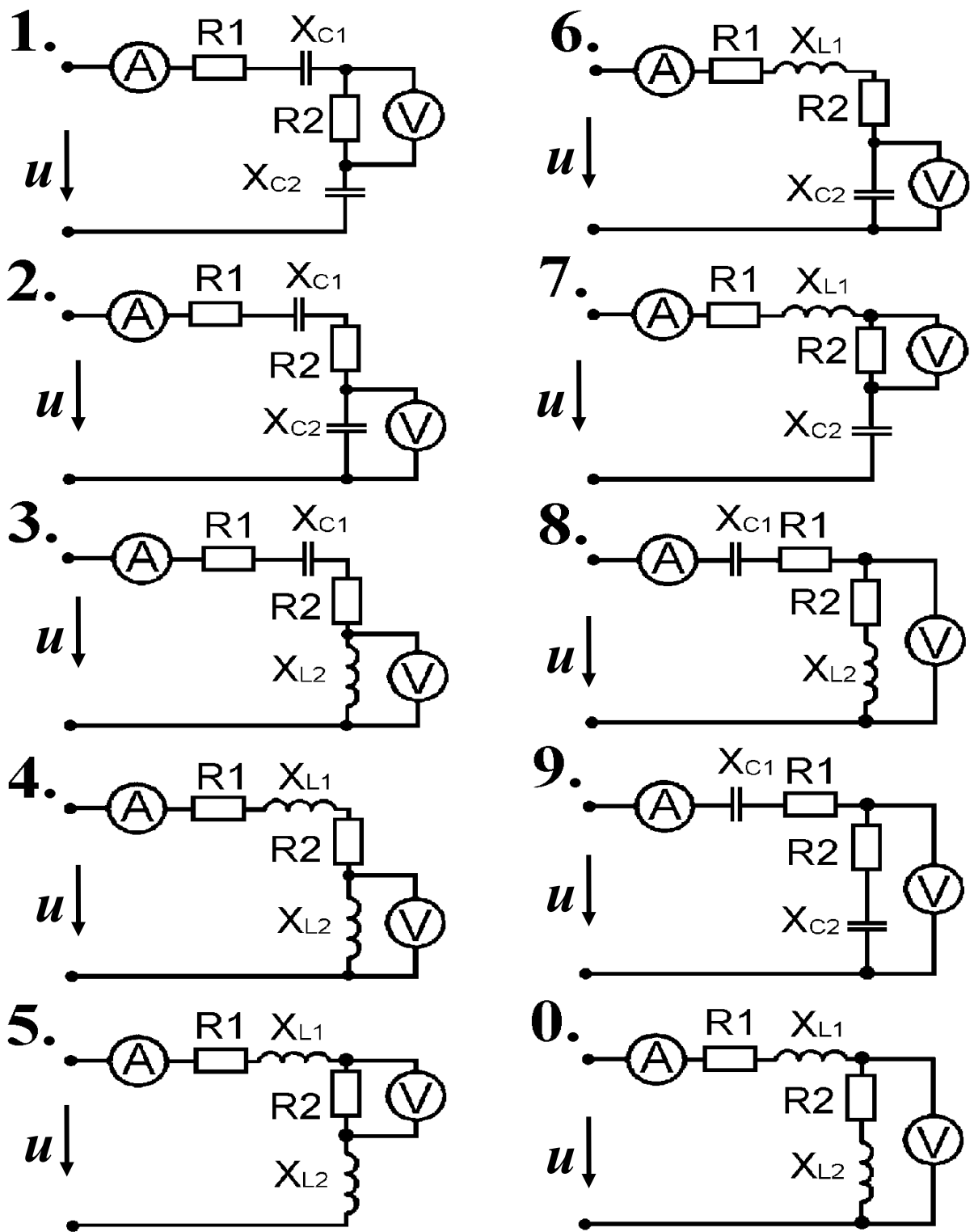


Рисунок 2.1

Приклад розрахунку

Нехай задана схема, що зображена на рисунку 2.2.

Вихідні дані:

$$U_m = 200 \text{ В}, \psi_u = 60^\circ, R_1 = 8 \text{ Ом}, R_2 = 5 \text{ Ом},$$

$$X_{L1} = 5 \text{ Ом}, X_{C1} = 16 \text{ Ом}, X_{C2} = 17 \text{ Ом}.$$

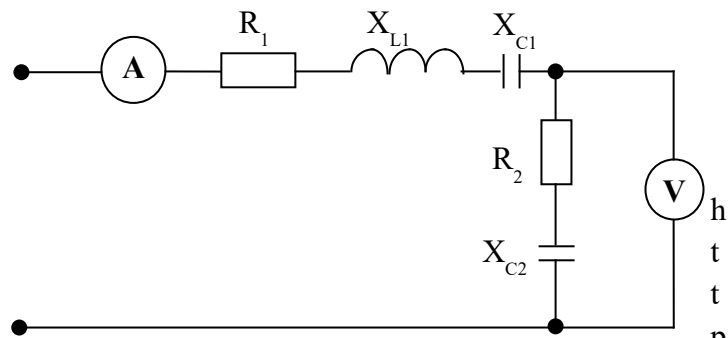


Рисунок 2.2

1 Записуємо у комплексній формі величину прикладеної напруги:

$$\dot{U} = U \cdot e^{j\psi_u} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\psi_u} = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot e^{j60^\circ} = 141,42 \cdot e^{j60^\circ} = 70,71 + j122,47 \text{ В.}$$

2 Обчислюємо загальний комплексний опір електричного кола в показовій формі:

$$\underline{Z} = (R_1 + R_2) + j \cdot (X_{L1} - X_{C1} - X_{C2}) = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{X}{R}} = Z \cdot e^{j\varphi},$$

$$\underline{Z} = (8 + 5) + j \cdot (5 - 16 - 17) = 13 - j28 = \sqrt{13^2 + (-28)^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{-28}{13}} = 30,87 \cdot e^{-j65,1^\circ} \text{ Ом.}$$

3 Визначаємо струм, що протікає у колі за законом Ома у комплексній формі



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{141,42 \cdot e^{j60^\circ}}{30,87 \cdot e^{-j65,1^\circ}} = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} = -2,63 + j3,75 \text{ A.}$$

4 Визначаємо діюче значення напруги на ділянці електричного кола. Для цього спочатку треба знайти опір на цій ділянці:

$$\underline{Z}_d = R_2 - jX_{C_2} = 5 - j17 = \sqrt{5^2 + (-17)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-17}{5}} = 17,72 \cdot e^{-j73,61^\circ} \text{ Ом,}$$

$$U = I \cdot Z_d = 4,58 \cdot 17,72 = 81,16 \text{ В.}$$

5 Запишемо миттєве значення струму у колі, попередньо обчисливши його амплітудне значення:

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 4,58 \cdot \sqrt{2} = 6,48 \text{ A,}$$

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \phi_i); \quad i = 6,48 \cdot \sin(\omega t + 125,1^\circ).$$

6 Обчислюємо потужності, споживані колом:

$$\text{активна потужність: } P = R \cdot I^2 = 13 \cdot 4,58^2 = 272,63 \text{ Вт,}$$

$$\text{реактивна потужність: } Q = X \cdot I^2 = -28 \cdot 4,58^2 = -587,34 \text{ Вар,}$$

$$\text{повна потужність: } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{272,63^2 + (-587,34)^2} = 647,53 \text{ ВА,}$$

7 Побудуємо векторну діаграму (рисунок 2.3).

Для цього запишемо значення напруг на кожному елементі кола:

$$\dot{U}_{R_1} = \dot{I} \cdot \underline{Z}_{R_1} = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot (8 + j0) = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot 8 \cdot e^{j0^\circ} = 36,64 \cdot e^{j125,1^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{L_1} = \dot{I} \cdot \underline{Z}_{L_1} = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot (0 + j5) = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot 5 \cdot e^{j90^\circ} = 22,9 \cdot e^{j215,1^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{C_1} = \dot{I} \cdot \underline{Z}_{C_1} = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot (0 - j16) = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot 16 \cdot e^{-j90^\circ} = 73,28 \cdot e^{j35,1^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{R_2} = \dot{I} \cdot \underline{Z}_{R_2} = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot (5 + j0) = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot 5 \cdot e^{j0^\circ} = 22,9 \cdot e^{j125,1^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{C_2} = \dot{I} \cdot \underline{Z}_{C_2} = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot (0 - j17) = 4,58 \cdot e^{j125,1^\circ} \cdot 17 \cdot e^{-j90^\circ} = 77,86 \cdot e^{j35,1^\circ} \text{ В.}$$

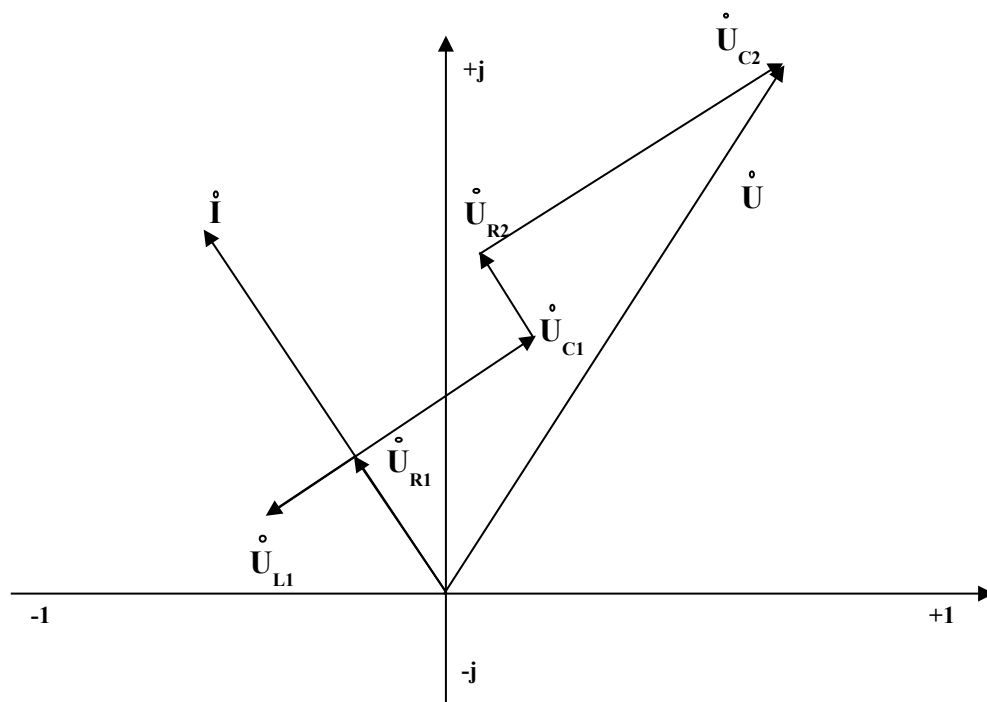


Рисунок 2.3

#### Задача 4 Розрахунок трифазної чотирипровідної системи живлення при несиметричному навантаженні

##### Вихідні дані та завдання

До трифазного джерела із симетричною системою фазних напруг підключене навантаження, зображене на рисунку 2.4.

Величини лінійної напруги  $U_L$ , активних  $R$ , індуктивних  $X_L$  і

ємнісних  $X_C$  опорів приймачів наведені в таблиці 2.2.

**Необхідно:**

- 1) визначити струми в лінійних і нейтральному проводах;
- 2) визначити фазні напруги на споживачах при обриві нульового проводу;
- 3) обчислити коефіцієнт потужності системи живлення;
- 4) побудувати в одних координатних осях векторні діаграми фазних і лінійних напруг для режимів з нульовим проводом та з його обривом.

Таблиця 2.2

Варіант	U <sub>л</sub> , В	Опори, Ом								
		R <sub>1</sub> ,	X <sub>L1</sub>	X <sub>C1</sub>	R <sub>2</sub> ,	X <sub>L2</sub>	X <sub>C2</sub>	R <sub>3</sub> ,	X <sub>L3</sub>	X <sub>C3</sub>
1	220	4	8	6	4	5	7	4	7	7
2	380	6	4	8	6	3	8	2	8	6
3	220	8	6	5	3	6	3	5	9	7
4	220	5	3	9	5	4	9	7	8	8
5	380	9	9	3	4	4	9	7	9	7
6	380	6	4	8	5	3	9	9	6	8
7	220	7	9	7	3	5	3	7	7	4
8	380	3	7	9	6	7	4	5	4	8
9	220	6	8	2	8	3	6	8	4	6
0	380	7	7	4	7	5	4	6	8	4

**Методичні рекомендації до виконання**

Теоретичний матеріал і приклади розрахунку наведені в [1, § 3.1-3,2; 2, § 7.1-7.6].

**Рекомендується нижченаведений порядок розрахунку.**

- 1 Визначити діюче значення фазної напруги джерела та

записати в комплексній формі напруги фаз:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}}, \quad \dot{U}_A = U_{\phi} \cdot e^{j0^{\circ}}, \quad \dot{U}_B = U_{\phi} \cdot e^{-j120^{\circ}}, \quad \dot{U}_C = U_{\phi} \cdot e^{j120^{\circ}}.$$

2 Визначити комплексні опори навантаження у фазах:

$$\underline{Z}_A = \sqrt{R_A^2 + X_A^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X_A}{R_A}} = Z_A \cdot e^{j\varphi_A},$$

$$\underline{Z}_B = \sqrt{R_B^2 + X_B^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X_B}{R_B}} = Z_B \cdot e^{j\varphi_B},$$

$$\underline{Z}_C = \sqrt{R_C^2 + X_C^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X_C}{R_C}} = Z_C \cdot e^{j\varphi_C}.$$

3 За законом Ома визначити фазні струми:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = I_A \cdot e^{j\varphi_A} = I_{Aa} + jI_{Ap},$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = I_B \cdot e^{j\varphi_B} = I_{Ba} + jI_{Bp},$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = I_C \cdot e^{j\varphi_C} = I_{Ca} + jI_{Cp}.$$

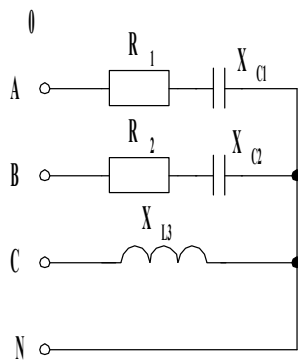
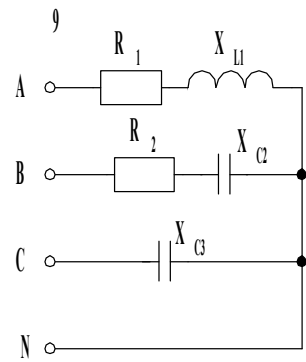
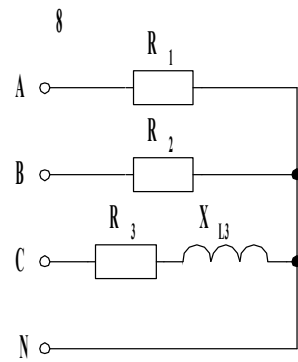
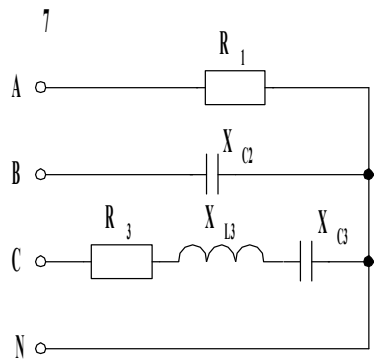
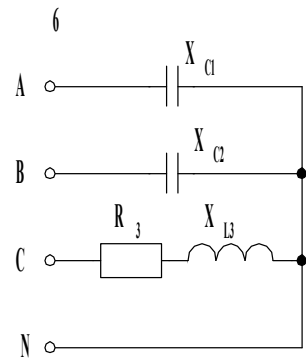
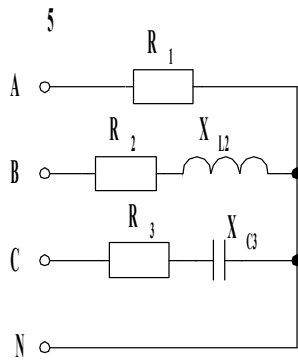
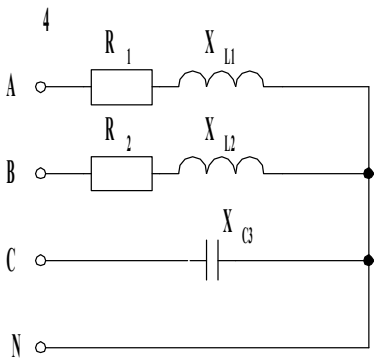
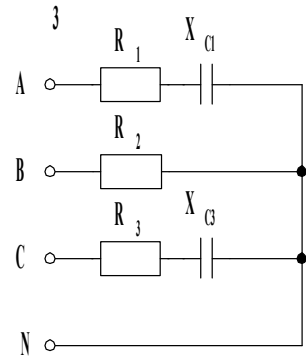
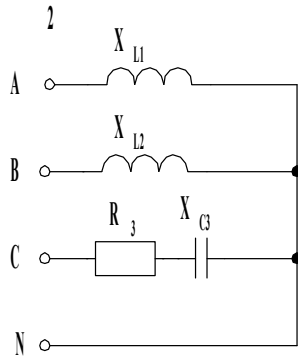
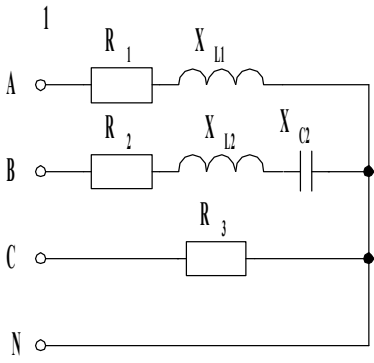


Рисунок 2.4

4 За першим законом Кірхгофа обчислити струм у нульовому проводі:

$$\dot{I}_O = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = (I_{Aa} + I_{Ba} + I_{Ca}) + j(I_{Ap} + I_{Bp} + I_{Cp}) = I_O \cdot e^{j\phi_1}.$$

5 Обчислити напругу між нульовими точками джерела і навантаження при обриві нейтрального проводу за формулою

$$\dot{U}_{OO} = \frac{\dot{U}_A \cdot \frac{1}{Z_A} + \dot{U}_B \cdot \frac{1}{Z_B} + \dot{U}_C \cdot \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\dot{I}_O}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} = U_{OO} \cdot e^{j\phi_U}.$$

6 Визначити величину фазних напруг споживачів при обриві нейтрального проводу:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{OO}, \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{OO}, \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{OO}.$$

7 Обчислити активну, реактивну, повну потужності кожної фази і всієї системи живлення.

Активна потужність відповідної фази:  $P = I^2 \cdot R$ .

Реактивна потужність:  $Q = I^2 \cdot X$ .

Сумарні потужності трифазної системи:

$$P_{3\phi} = P_A + P_B + P_C, \quad Q_{3\phi} = Q_A + Q_B + Q_C.$$

Повна потужність трифазної системи живлення:

$$S_{3\phi} = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2}.$$

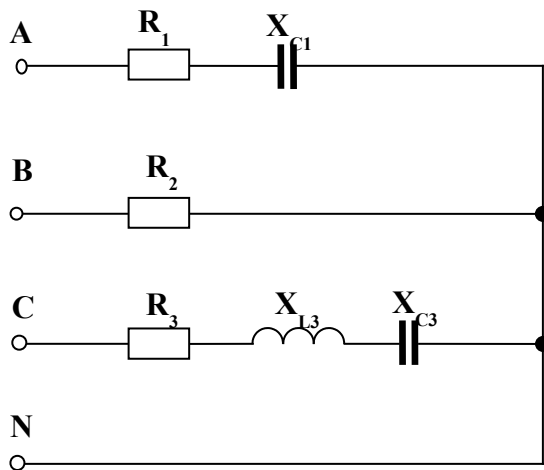
8 Визначити коефіцієнт потужності трифазної системи живлення:

$$\cos \varphi = \frac{P_{3\phi}}{S_{3\phi}}.$$

9 Побудувати в одних координатних осях векторні діаграми фазних і лінійних напруг для режимів з нульовим проводом та з його обривом.

### Приклад розрахунку

Нехай задана схема, що зображена на рисунку 2.5.



Рисуннок 2.5

Вихідні дані:

$U_{\text{л}}=220 \text{ В}$ ,  $R_1=8 \text{ Ом}$ ,  $X_{C1}=6 \text{ Ом}$ ,  $R_2=7 \text{ Ом}$ ,  $R_3=9 \text{ Ом}$ ,  $X_{L3}=4 \text{ Ом}$ ,  $X_{C3}=5 \text{ Ом}$ .

1 Визначаємо діюче значення фазної напруги джерела та записуємо в комплексній формі напруги фаз:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127,02 \text{ В},$$

$$\dot{U}_A = U_{\phi} \cdot e^{j0^{\circ}} = 127,02 \cdot e^{j0^{\circ}} = 127,02 \text{ В},$$

$$\dot{U}_B = U_{\phi} \cdot e^{-j120^{\circ}} = 127,02 \cdot e^{-j120^{\circ}} = -63,51 - j110 \text{ В},$$

$$\dot{U}_C = U_\phi \cdot e^{j120^\circ} = 127,02 \cdot e^{j120^\circ} = -63,51 + j110 \text{ В.}$$

2 Визначаємо комплексні опори навантаження у фазах:

$$\underline{Z}_A = \sqrt{R_A^2 + X_A^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X_A}{R_A}} = Z_A \cdot e^{j\varphi_A} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-6}{8}} = 10 \cdot e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом,}$$

$$\underline{Z}_B = \sqrt{R_B^2 + X_B^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X_B}{R_B}} = Z_B \cdot e^{j\varphi_B} = \sqrt{7^2} \cdot e^{j \arctg \frac{0}{7}} = 7 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом,}$$

$$\underline{Z}_C = \sqrt{R_C^2 + X_C^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X_C}{R_C}} = Z_C \cdot e^{j\varphi_C} = \sqrt{9^2 + (4-5)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{4-5}{9}} = 9,06 \cdot e^{-j6,34^\circ} \text{ Ом.}$$

3 Визначаємо фазні струми за законом Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = I_A \cdot e^{j\varphi_A} = I_{Aa} + jI_{Ap} = \frac{127,02 \cdot e^{j0^\circ}}{10 \cdot e^{-j36,87^\circ}} = 12,7 \cdot e^{j36,87^\circ} = 10,16 + j7,62 \text{ А,}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = I_B \cdot e^{j\varphi_B} = I_{Ba} + jI_{Bp} = \frac{127,02 \cdot e^{-j120^\circ}}{7 \cdot e^{j0^\circ}} = 18,15 \cdot e^{-j120^\circ} = -9,08 - j15,7 \text{ А,}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = I_C \cdot e^{j\varphi_C} = I_{Ca} + jI_{Cp} = \frac{127,02 \cdot e^{j120^\circ}}{9,06 \cdot e^{-j6,34^\circ}} = 14,02 \cdot e^{j126,34^\circ} = -8,31 + j11,29 \text{ А.}$$

4 Обчислюємо струм у нульовому проводі за першим законом Кірхгофа:

$$\dot{I}_O = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = (I_{Aa} + I_{Ba} + I_{Ca}) + j(I_{Ap} + I_{Bp} + I_{Cp}) = I_O \cdot e^{j\varphi_I} = (10,16 - 9,08 - 8,31) + j(7,62 - 15,7 + 11,29) = -7,23 + j3,21 = 7,91 \cdot e^{j156,06^\circ} \text{ А.}$$

5 Обчислюємо напругу між нульовими точками джерела і навантаження при обриві нейтрального проводу:

$$\dot{U}_{OO} = \frac{\dot{U}_A \cdot \frac{1}{\underline{Z}_A} + \dot{U}_B \cdot \frac{1}{\underline{Z}_B} + \dot{U}_C \cdot \frac{1}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}} = \frac{\dot{I}_O}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}} = U_{OO} \cdot e^{j\varphi_U},$$



$$\begin{aligned} \dot{U}_{00} &= \frac{127,02 \cdot e^{j0^\circ} \cdot \frac{1}{10 \cdot e^{-j36,87^\circ}} + 127,02 \cdot e^{-j120^\circ} \cdot \frac{1}{7 \cdot e^{j0^\circ}} + 127,02 \cdot e^{j120^\circ} \cdot \frac{1}{9,06 \cdot e^{-j6,34^\circ}}}{\frac{1}{10 \cdot e^{-j36,87^\circ}} + \frac{1}{7 \cdot e^{j0^\circ}} + \frac{1}{9,06 \cdot e^{-j6,34^\circ}}} = \\ &= \frac{12,7 \cdot e^{j36,87^\circ} + 18,5 \cdot e^{-j120^\circ} + 14,02 \cdot e^{j126,34^\circ}}{0,08 + j0,06 + 0,14 + 0,11 + j0,01} = \frac{10,16 + j7,62 - 9,08 - j15,72 - 8,31 + j11,29}{0,33 + j0,07} = \\ &= \frac{-7,23 + j3,19}{0,34 \cdot e^{j11,98^\circ}} = \frac{7,9 \cdot e^{j156,19^\circ}}{0,34 \cdot e^{j11,98^\circ}} = 23,24 \cdot e^{j144,21^\circ} = -18,85 + j13,59 \text{ В.} \end{aligned}$$

6 Визначаємо величину фазних напруг споживачів при обриві нейтрального проводу:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{00} = 127,02 - (-18,85 + j13,59) = 127,02 + 18,85 - j13,59 = \\ &= 145,87 - j13,59 = 146,50 e^{-j53,22^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{00} = -63,51 - j110 - (-18,85 + j13,59) = -63,51 - j110 + 18,85 - j13,59 = \\ &= -44,66 - j123,59 = 131,41 e^{-j109,86^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{00} = -63,51 + j110 - (-18,85 + j13,59) = -63,51 + j110 + 18,85 - j13,59 = \\ &= -44,66 + j96,41 = 106,25 e^{j114,85^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

7 Обчислюємо активну, реактивну, повну потужності кожної фази і всієї системи живлення.

Активна потужність:

$$P_A = I_A^2 \cdot R_A = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт,}$$

$$P_B = I_B^2 \cdot R_B = 18,15^2 \cdot 7 = 2305,96 \text{ Вт,}$$

$$P_C = I_C^2 \cdot R_C = 14,02^2 \cdot 9 = 1769,04 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність:

$$Q_A = I_A^2 \cdot X_A = 12,7^2 \cdot (-6) = -967,74 \text{ Вар},$$

$$Q_B = I_B^2 \cdot X_B = 18,15^2 \cdot 0 = 0 \text{ ВАр},$$

$$Q_C = I_C^2 \cdot X_C = 14,02^2 \cdot (-1) = -196,56 \text{ Вар}.$$

Сумарні потужності трифазної системи:

$$P_{3\phi} = P_A + P_B + P_C = 1290,32 + 2305,96 + 1769,04 = 5365,32 \text{ Вт},$$

$$Q_{3\phi} = Q_A + Q_B + Q_C = -967,74 - 196,56 = -1164,3 \text{ Вар}.$$

Повна потужність трифазної системи живлення:

$$S_{3\phi} = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2} = \sqrt{(5365,32)^2 + (-1164,3)^2} = 5490,2 \text{ ВА}.$$

8 Визначаємо коефіцієнт потужності трифазної системи живлення:

$$\cos\varphi = \frac{P_{3\phi}}{S_{3\phi}} = \frac{5365,32}{5490,2} = 0,977.$$

## Запитання для захисту контрольної роботи 2

- 1 Що таке змінний синусоїдний струм?
- 2 Що таке амплітуда, період, частота, фаза, початкова фаза та кутова частота синусоїдних струмів, напруг та ЕРС?
- 3 Чому метод розрахунку кіл синусоїдного струму називають «символічним методом»?
- 4 Що таке активний опір, індуктивність та ємність?
- 5 Навести формули розрахунку індуктивного та ємнісного опорів.
- 6 Навести вираз загального опору у вигляді комплексного числа.
- 7 Навести формули переходу від алгебраїчної форми подання комплексного числа до показової і навпаки.
- 8 Сформулювати правила виконання арифметичних дій

з комплексними числами.

9 Що таке зсув фаз між струмом та напругою?

10 Чому дорівнює зсув фаз між струмом та напругою на активному опорі?

11 Чому дорівнює зсув фаз між струмом та напругою на індуктивному елементі?

12 Чому дорівнює зсув фаз між струмом та напругою на ємнісному елементі?

13 Сформулювати закон Ома та два закони Кірхгофа для кіл синусоїдного струму.

14 Що таке активна, реактивна та повна потужності?

15 Навести одиниці виміру активної, реактивної та повної потужності.

16 Що таке комплексна потужність?

17 Що таке спряжений струм?

18 Записати баланс потужності для кола синусоїдного струму.

19 Що таке векторна діаграма струмів та напруг?

20 Сформулювати правила побудови векторних діаграм?

21 Як на векторній діаграмі буде розташовано напругу на активному опорі відносно струму через цей опір?

22 Як на векторній діаграмі буде розташовано напругу на індуктивному елементі відносно струму через цей елемент?

23 Як на векторній діаграмі буде розташовано напругу на ємнісному елементі відносно струму через цей елемент?

24 Як побудувати на векторній діаграмі вектор, що буде сумою двох, або декілька інших векторів?

25 Що таке трифазна система живлення?

26 Навести схеми двох видів з'єднання обмоток трифазного генератора.

27 Яке навантаження називається симетричним та несиметричним?

28 У яких випадках застосовується чотирипровідна трифазна схема?

29 Які струми і напруги називаються фазними і лінійними? Показати на схемі.

30 Як визначаються фазні струми та струм у

нейтральному проводі?

31 Як пов'язані по величині фазна і лінійна напруги при вмиканні навантаження «зіркою»?

32 Призначення нейтрального проводу у схемі «зірка-зірка» при несиметричному навантаженні.

33 Що станеться з чотирипровідною схемою живлення при обриві лінійного проводу?

34 Чому при симетричному навантаженні не потрібен нульовий провід?

35 Яке явище у трифазних колах називають перекосом фаз і коли воно виникає?

36 До яких наслідків може призвести явище перекосу фаз?

37 Чому у нульовому проводі не дозволяється установлення вимикачів або запобіжників?

38 У чому полягають переваги чотирипровідної схеми живлення перед вмиканням навантаження трикутником?

39 Як можуть бути розраховані активні, реактивні і повні потужності фаз?

40 Як визначити повну потужність, споживану трифазною системою живлення?

41 Пояснити економічне значення підвищення коефіцієнта потужності.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1 Вольнский Б.А., Зейн Е.Н., Шатерников В.Е. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1987.

2 Электротехника / Под ред. проф. В.С. Пантюшина. – М.: Высш. шк., 1976.

3 Электротехника /Под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высш. шк., 1985.

4 Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1985.

5 Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В.Г. Герасимова. - М.: Высш. шк., 1987.

6 Глушков Г.Н. Электроснабжение строительномонтажных работ. – М.: Стройиздат, 1982.

7 Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. - М.: Энергоатомиздат, 1983.

## ДОДАТОК А

### КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА ТА АРИФМЕТИЧНІ ДІЇ З НИМИ

Комплексні величини слід позначати так:

$$\underline{A} = a + jb = \operatorname{Re} \underline{A} + j \operatorname{Im} \underline{A} = A e^{j\alpha} = |\underline{A}| e^{j\alpha},$$

де  $\underline{A}$  - комплексне число, яке може бути подані в алгебраїчній або показовій формі;

$a$  - дійсна частина алгебраїчної форми комплексної величини;

$$a = \operatorname{Re} \underline{A} = A \cdot \cos \alpha ;$$

$b$  - уявна частина алгебраїчної форми комплексної величини;

$$b = \operatorname{Im} \underline{A} = A \cdot \sin \alpha ;$$

$A = |\underline{A}|$  – модуль показової форми комплексної величини;

$$A = |\underline{A}| = \sqrt{a^2 + b^2};$$

$\alpha$  - аргумент показової форми комплексної величини;

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, \text{ якщо } a > 0;$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + 180^\circ, \text{ якщо } a < 0.$$

Припускається для позначення комплексних величин, що є синусоїдними функціями часу, замість риски під буквою ставити крапку над основним позначенням величини, наприклад:  $\dot{I}$  - комплексне діюче значення струму.

Спряжена комплексна величина позначається зіркою замість крапки і відрізняється протилежним знаком біля уявної частини. Наприклад, якщо струм дорівнює  $\dot{I} = a + jb = \operatorname{Re} \underline{A} + j \operatorname{Im} \underline{A} = A e^{j\alpha}$ , то спряжений струм буде дорівнювати  $I^* = a - jb = \operatorname{Re} \underline{A} - j \operatorname{Im} \underline{A} = A e^{-j\alpha}$ .

Якщо розрахунок ведеться за допомогою інженерного калькулятора, доцільно для переведення комплексного числа із алгебраїчної форми у показову і навпаки використовувати вбудовану операцію переходу між відображенням вектора у проєкціях на осі (що відповідає алгебраїчній формі) до відображення у полярній системі координат (що відповідає показовій формі).

**Для переведення комплексного числа із алгебраїчної форми у показову треба на калькуляторі виконати таку послідовність дій:**

- 1 Натиснути клавішу **Pol**  
На дисплеї висвітиться напис **Pol**(
- 2 Ввести числове значення дійсної частини – **a**
- 3 Натиснути клавішу «**велика роздільна кома**»
- 4 Ввести числове значення уявної частини – **b**
- 5 Натиснути клавішу **=**
- 6 Прочитати на дисплеї числове значення модуля показової форми комплексного числа
- 7 Натиснути послідовно клавіші **RCL** та **tan**

8 Прочитати на дисплеї числове значення аргументу показової форми зі своїм знаком

**Для переведення комплексного числа із показової форми в алгебраїчну послідовність дій на калькуляторі така:**

1 Натиснути послідовно клавіші **SHIFT** та **Pol(** , або **2nd** та **Pol(**

На дисплеї висвітиться напис **Rec(**

2 Ввести числове значення модуля показової форми комплексного числа – **A**

3 Натиснути клавішу «велика роздільна кома»

4 Ввести числове значення аргументу показової форми -  $\alpha$

5 Натиснути клавішу **=**

6 Прочитати на дисплеї числове значення дійсної частини алгебраїчної форми комплексного числа зі своїм знаком – **a**

7 Натиснути послідовно клавіші **RCL** та **tan**

8 Прочитати на дисплеї числове значення уявної частини алгебраїчної форми комплексного числа зі своїм знаком – **b**

Перед початком розрахунків треба визначитись щодо форми подання кутів на калькуляторі (десяткові градуси - **Deg**, радіани – **Rad**, або градуси із секундами - **Grad**). Якщо прийняте рішення відображати кути у десятикових градусах, протестуйте свій калькулятор дією **tg45=1**, або **arctg1=45**. При отриманні іншого результату перейдіть на **Deg**, використовуючи клавішу **Mode**, або іншим чином згідно з інструкцією калькулятора.

Щоб додати (відняти) два комплексних числа, треба їх обидва подати в алгебраїчній формі і потім окремо додати (відняти) дійсні частини й окремо додати (відняти) уявні частини. Результатом буде нове комплексне число в алгебраїчній формі.

Наприклад:  $\dot{I}_1 = a + jb = 10 + j4$ ;  $\dot{I}_2 = c + jd = -7 + j12$ ,

$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (a + c) + j(b + d) = (10 - 7) + j(4 + 12) = 3 + j16$ ,

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = (a - c) + j(b - d) = (10 + 7) + j(4 - 12) = 17 - j8 .$$

Щоб помножити (розділити) два комплексних числа, треба їх обидва подати в показовій формі і потім помножити (розділити) модулі і окремо додати (або відняти) аргументи. Результатом буде нове комплексне число в показовій формі.

Наприклад:  $\dot{I} = 3,2 \cdot e^{j30^\circ}$ ;  $\dot{Z} = 15,8 \cdot e^{-j72^\circ}$ ;

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \dot{Z} = 3,2 \cdot e^{j30^\circ} \cdot 15,8 \cdot e^{-j72^\circ} = (3,2 \times 15,8) \cdot e^{j(30-72)^\circ} = 50,56 \cdot e^{-j42^\circ} ;$$

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{50,56 \cdot e^{-j42^\circ}}{3,2 \cdot e^{j30^\circ}} = \frac{50,56}{3,2} \cdot e^{j(-42-30)^\circ} = 15,8 \cdot e^{-j72^\circ} ; .$$

## ДОДАТОК Б

### ОСНОВНІ ЕЛЕКТРИЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Найменування	Буквене позначення	Найменування	Позначення
Струм	I, i	Ампер	А
Електрорушійна сила	E, e	Вольт	В
Напруга електрична	U, u	Вольт	В
Потенціал електричний	φ	Вольт	В
Потужність активна	P	Ват	Вт
Потужність повна	S	вольт- ампер	ВА
Потужність реактивна	Q	вольт- ампер реактивний	ВАр
Ємність електрична	C	фарада	Ф
Період коливань	T	секунда	с
Щільність струму	J	ампер на кв. метр	А/м <sup>2</sup>
Індуктивність власна	L	генрі	Гн
Провідність активна	G, g	сименс	См
Провідність повна	Y, y	сименс	См



Провідність реактивна	$B, b$	сименс	См
Частота коливань кутова	$\omega, \Omega$	радіан у секунду	$c^{-1}$
Частота коливань електрична	$f$	герц	Гц
Початкова фаза	$\psi$	градус	°
Опір постійному струму	$R, r$	ом	Ом
Активний опір	$R, r$	ом	Ом
Опір електричний повний	$Z$	ом	Ом
Опір реактивний	$X, x$	ом	Ом
Зсув фаз між напругою і струмом	$\varphi$	градус	°