

## ЗМІСТ

Тема 1. Механічні коливання.....	4
Тема 2. Електромагнітні коливання.....	24
Тема 3. Хвилі.....	36
Список літератури.....	45

## Тема 1. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Після розгляду даної теми студент повинен **знати:**

**поняття та визначення:** коливальний рух, вільні коливання, вимушені коливання, період коливань, частота коливань, гармонічні коливання, амплітуда коливань, фаза коливань, початкова фаза, циклічна частота, пружинний маятник, фізичний маятник, математичний маятник, згасаючі коливання, коефіцієнт згасання, час релаксації, декремент згасання, логарифмічний декремент згасання, добротність коливальної системи, резонанс.

Студент повинен **вміти:** за наведеними даними обчислювати величини, які характеризують стан коливальної системи; записувати диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань; будувати графіки залежності зміщення, швидкості, прискорення, кінетичної та потенціальної енергії від часу; за наведеними графіками записувати рівняння залежності від часу зміщення, швидкості, прискорення, кінетичної та потенціальної енергії; обчислювати повну енергію коливальної системи; подавати коливання графічно; графічно та аналітично обчислювати суму коливань, записувати рівняння результуючого коливання; обчислювати частоту згасаючих коливань; записувати залежність амплітуди згасаючих коливань від часу; записувати рівняння руху точки під час згасаючих коливань; записувати диференціальне рівняння згасаючих коливань; знаходити логарифмічний декремент згасання; обчислювати добротність системи; записувати закон руху точки під час вимушених коливань; обчислювати резонансну частоту.

### Основні формули

- Період коливань

$$T = \frac{t}{N}.$$

- Частота коливань

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

- Циклічна частота коливань

$$\omega = \frac{2\pi N}{t}.$$

- Зв'язок циклічної частоти та періоду

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

- Диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

- Закон руху точки під час вільних незгасаючих гармонічних коливань

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0);$$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0').$$

- Повна енергія точки, що здійснює гармонічні коливання

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}.$$

- Період пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

- Період математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

- Період фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{gd}}$$

- Амплітуда результуючого коливання, що виникає під час додавання двох коливань одного напрямку з рівними частотами

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

- Початкова фаза результуючого коливання, що виникає під час додавання двох коливань одного напрямку з рівними частотами

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}}$$

- Закон руху точки під час додавання двох коливань одного напрямку з близькими, але не рівними, частотами

$$x = 2A\cos\omega_{\text{мод}}t \cdot \sin\omega_{\text{сер}}t,$$

де

$$A = 2A\cos\omega_{\text{мод}}t \text{ – амплітуда модуляції;}$$

$$\omega_{\text{мод}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \text{ – частота модуляції;}$$

$$\omega_{\text{сер}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \text{ – середня частота.}$$

- Закон руху точки під час додавання двох взаємно перпендикулярних коливань

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\alpha = \sin^2\alpha.$$

- Диференціальне рівняння згасаючих коливань

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0.$$

- Закон руху точки під час згасаючих коливань

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_3 t + \varphi).$$

- Залежність від часу амплітуди згасаючих коливань

$$A_3 = A_0 e^{-\beta t}.$$

- Частота згасаючих коливань

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

- Коефіцієнт згасання

$$\beta = \frac{1}{\tau}.$$

- Логарифмічний декремент згасання

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T.$$

- Добротність коливальної системи

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

- Диференціальне рівняння вимушених коливань

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t.$$

- Закон руху точки під час вимушених коливань

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

- Амплітуда вимушених коливань

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

- Початкова фаза вимушених коливань

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \beta^2}$$

- Резонансна частота

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

### Приклади розв'язування задач

1 Записати рівняння гармонічного коливального руху, що відбувається за законом косинуса, з амплітудою 40 см, якщо за 1 хв здійснюється 180 коливань та початкова фаза дорівнює нулю. Записати відповідне диференціальне рівняння.

Дано:	Розв'язання
$A = 40\text{см}$ $= 0,4\text{м}$ $t = 1\text{хв} = 60\text{с}$ $N = 180$ $\varphi_0 = 0$	<p>Рівняння руху точки, що здійснює вільні незгасаючі гармонічні коливання, має вигляд:</p> $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$ <p>Циклічна частота коливань пов'язана з періодом співвідношенням</p> $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$
$x(t) - ?$	<p>За визначенням періоду</p> $T = \frac{t}{N}.$ <p>Тоді</p>

$$\omega_0 = \frac{2\pi N}{t};$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi \cdot 180}{60} = 6\pi \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right).$$

Отже, рівняння коливального руху набуває вигляду

$$x = 0,4\cos 6\pi t.$$

Диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0;$$

$$\ddot{x} + (6\pi)^2 x = 0;$$

$$\ddot{x} + 36\pi^2 x = 0.$$

Відповідь:  $x = 0,4\cos 6\pi t$ ;  $\ddot{x} + 36\pi^2 x = 0$ .

2 Точка здійснює гармонічні коливання. Період коливань 2 с, амплітуда коливань 50 мм, початкова фаза дорівнює нулю. Знайти швидкість точки в той момент часу, коли зміщення від початкового положення дорівнює 25 мм.

Дано:

$$A = 50\text{мм} = 0,05\text{м}$$

$$T = 2\text{с}$$

$$x = 25\text{мм} = 0,025\text{м}$$

$$\varphi_0 = 0$$

$v$ —?

Розв'язання:

Запишемо рівняння руху точки

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Циклічна частота коливань

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T};$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

Отже рівняння коливального руху набуває вигляду

$$x = 0,05\cos\pi t.$$

Якщо  $x = 0,025$  м

$$0,025 = 0,05\cos\pi t;$$

$$\cos\pi t = \frac{1}{2};$$

$$\pi t = \frac{\pi}{3};$$

$$t = \frac{1}{3}\text{с}.$$

Залежність швидкості від часу

$$v = \frac{dx}{dt} = -0,05\sin\pi t \cdot \pi = -0,05\pi\sin\pi t;$$

$$v\left(\frac{1}{3}\right) = -0,05\pi\sin\left(\pi \cdot \frac{1}{3}\right) = 0,136.$$

Відповідь:  $v = 0,136 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .



3 На пружині жорсткістю  $2 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$  підвішено вантаж масою 500 г. На яку відстань слід відвести тягарець від положення рівноваги, щоб його максимальна швидкість під час коливань дорівнювала  $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ?

Дано:

$$m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$$

$$k = 2 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$v_{\max} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

---

$A = ?$

Розв'язання

Повна механічна енергія точки, яка здійснює гармонічні коливання, зберігається

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

Звідси найбільше відхилення (амплітуда)

$$A = v_{\max} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$A = 1 \sqrt{\frac{0,5}{2}} = 0,5(\text{м}).$$

Відповідь:  $A = 0,5 \text{ м}$ .

4 Два математичних маятники, довжини яких відрізняються на 15 см, виконують за однаковий час один – 24 коливання, другий – 26. Знайти довжини цих маятників.

Дано:

$$\Delta l = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$$

$$N_1 = 24$$

$$N_2 = 26$$

Розв'язання

Період математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

За визначенням періоду

$$T = \frac{t}{N}$$

---

$$l_1, l_2 - ?$$

Тоді

$$\frac{t}{N} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Звідси час спостереження

$$t = 2\pi N \sqrt{\frac{l}{g}}$$

За умовою

$$t_1 = t_2,$$

$$2\pi N_1 \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi N_2 \sqrt{\frac{l_2}{g}},$$

$$N_1 \sqrt{l_1} = N_2 \sqrt{l_2}.$$

Оскільки  $N_1 < N_2$ , то  $T_1 > T_2$ ,

тому  $l_1 > l_2$ , отже,  $l_1 = l_2 + \Delta l$ .

$$N_1 \sqrt{l_2 + \Delta l} = N_2 \sqrt{l_2},$$

$$N_1^2 (l_2 + \Delta l) = N_2^2 l_2.$$

Звідси довжини маятників

$$l_2 = \frac{N_1^2 \Delta l}{N_2^2 - N_1^2},$$

$$l_2 = \frac{24^2 \cdot 0,15}{26^2 - 24^2} = 0,864(\text{м}),$$

$$l_1 = 0,864 + 0,15 = 1,014(\text{м}).$$

Відповідь:  $l_1 = 1,014$  м,  $l_2 = 0,864$  м.

5 Диск масою 2 кг та діаметром 80 см здійснює коливання у вертикальній площині навколо горизонтальної осі, яка проходить через точку на його ободі. Визначити період коливань та записати диференціальне рівняння коливань диска.

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$D = 80 \text{ см} = 0,8 \text{ м}$$

Розв'язання

Диск, який здійснює коливання навколо осі, що проходить крізь точку на ободі, є фізичним маятником. Період такого маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

Момент інерції диска визначимо за теоремою Штейнера

$$I = I_0 + ma^2.$$

Момент інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас

$$I_0 = \frac{mR^2}{2},$$

Відстань між осями

$T - ?$

$$a = R.$$

$$I = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3mR^2}{2},$$

$$d = R,$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3mR^2}{2mgR}} = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}}.$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{3 \cdot 0,4}{2 \cdot 9,8}} = 1,55(c).$$

Диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань маятника

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Циклічна частота коливань

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T},$$

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot 3,14}{1,55} = 4 \left( \frac{\text{рад}}{c} \right).$$

Отже,

$$\ddot{x} + 16x = 0.$$

Відповідь:  $T = 1,55 c$ ,  $\ddot{x} + 16x = 0$ .

6 Точка бере участь у двох коливаннях одного напрямку:

$x_1 = 6 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$  та  $x_2 = 8 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{6})$ . Записати рівняння результуючого коливального руху.

Дано:

$$x_1 = 6 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$x_2 = 8 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Розв'язання

Результатом додавання двох коливань одного напрямку з однаковими частотами є коливання вигляду

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Циклічна частота коливань

$$\omega_0 = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Амплітуда результуючого коливання

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}.$$

Початкова фаза результуючого коливання

$$\text{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}.$$

$$A = \sqrt{36 + 64 + 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right)};$$

$x(t)$ —?

$$A = 13,53 \text{ м};$$

$$\text{tg} \varphi_0 = \frac{6 \sin \frac{\pi}{3} + 8 \sin \frac{\pi}{6}}{6 \cos \frac{\pi}{3} + 8 \cos \frac{\pi}{6}} = 0,926;$$

$$\varphi_0 = \text{arctg}(0,926) = 0,24\pi (\text{рад}).$$

Рівняння результуючого коливального руху набуває вигляду

$$x = 13,53 \cos(2\pi t + 0,24\pi).$$

Відповідь:  $x = 13,53 \cos(2\pi t + 0,24\pi)$ .

7 Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:  $x = 2\sin\omega t$  та  $y = 2\cos\omega t$ . Знайти траєкторію результуючого руху точки.

Дано:	Розв'язання
$x = 2\sin\omega t$ $y = 2\cos\omega t$	Результатом додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковими частотами є коливання вигляду
$x(t) - ?$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 2\frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} \cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi.$
	Різниця фаз коливань $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ . Тоді
	$\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{2^2} + 2\frac{x}{2} \cdot \frac{y}{2} \cos\frac{\pi}{2} = \sin^2\frac{\pi}{2}.$
	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + 2\frac{x}{2} \cdot \frac{y}{2} \cdot 0 = 1.$
	$x^2 + y^2 = 4.$
	Це рівняння є рівнянням кола радіуса $R = 2$ м.

Відповідь:  $x^2 + y^2 = 4$ .

8 Амплітуда коливань математичного маятника за 1 хв зменшилася в 2 рази. В скільки разів вона зменшиться за 3 хв?

Дано:  
 $t_1 = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$   
 $\frac{A_0}{A_1} = 2$   
 $t_2 = 3 \text{ хв} = 180 \text{ с}$

Розв'язання

Залежність від часу амплітуди згасаючих коливань

$$A = A_0 e^{-\beta t}.$$

Зміна амплітуди за час  $t_1$

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\beta t_1}} = e^{\beta t_1}.$$

$\frac{A_0}{A_2} = ?$

Звідси коефіцієнт згасання

$$\beta = \frac{1}{t_1} \ln \left( \frac{A_0}{A_1} \right).$$

Тоді зміна амплітуди за час  $t_2$

$$\frac{A_0}{A_2} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\beta t_2}} = e^{\beta t_2} = e^{\frac{1}{t_1} \ln \left( \frac{A_0}{A_1} \right) t_2}.$$

$$\frac{A_0}{A_2} = e^{\frac{1}{60} \ln 2 \cdot 180} = 8.$$

Відповідь:  $\frac{A_0}{A_2} = 8$ .

9 Тіло здійснює коливання за законом  $x = 0,4e^{-3t} \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$ . Визначити швидкість точки в момент часу  $\frac{T}{2}$ . Записати диференціальне рівняння, розв'язком якого є дане рівняння руху.

Дано:

$$x = 0,4e^{-3t} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$t = \frac{T}{2}$$

Розв'язання

Швидкість тіла

$$v = \frac{dx}{dt} = -0,4e^{-3t} \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \cdot 2\pi;$$

$$v = -0,8\pi e^{-3t} \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1(\text{с});$$

$$t = 0,5 \text{ с.}$$

Тоді

$$v = -0,8\pi e^{-3 \cdot 0,5} \sin\left(2\pi \cdot 0,5 + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$v = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Коефіцієнт згасання  $\beta = 3 \text{ с}^{-1}$ .

Частота згасаючих коливань

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Тоді квадрат власної частоти

$$\omega_0^2 = \omega_3^2 + \beta^2.$$

$$\omega_0^2 = 4\pi^2 + 9 \approx 49 \left(\frac{\text{рад}^2}{\text{с}^2}\right)$$

$v$ —?



Диференціальне рівняння коливань має вигляд

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0;$$

$$\ddot{x} + 6\dot{x} + 49x = 0.$$

Відповідь:  $v = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .  $\ddot{x} + 6\dot{x} + 49x = 0$ .

10 Тіло масою 10 г здійснює коливання з коефіцієнтом згасання  $0,5 \text{ с}^{-1}$ . На тіло починає діяти зовнішня періодична сила, під впливом якої встановилися коливання  $x = 5 \sin\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$ . Записати диференціальне рівняння вимушених коливань тіла, визначити резонансну частоту.

Дано:

$$m = 10\text{г} = 0,01\text{кг}$$

$$\beta = 0,5\text{с}^{-1}$$

$$x = 5 \sin\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$$

Розв'язання

Диференціальне рівняння вимушених коливань

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t.$$

Закон руху точки під час вимушених коливань має вигляд

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

$A$ —?

За умовою задачі

$$A = 5 \text{ м}, \quad \omega = 10\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \varphi_0 = -\frac{3\pi}{4}.$$

З іншого боку,

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}};$$

$$\text{tg} \varphi_0 = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

З останнього рівняння знаходимо квадрат власної частоти системи

$$\omega_0^2 = \frac{2\beta\omega}{\operatorname{tg}\varphi_0} + \omega^2;$$

$$\omega_0^2 = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10\pi}{\operatorname{tg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} + (10\pi)^2;$$

$$\omega_0^2 = 1018 \left(\frac{\text{рад}^2}{\text{с}^2}\right).$$

$$f_0 = A\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2};$$

$$f_0 = \sqrt{(1018 - (10\pi)^2)^2 + 4 \cdot 0,5^2(10\pi)^2};$$

$$f_0 = 44 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}.$$

Отже диференціальне рівняння вимушених коливань набуває вигляду

$$\ddot{x} + \dot{x} + 1018x = 44\cos 10\pi t;$$

Резонансна частота системи

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2};$$

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{1018 - 2 \cdot 0,5^2} = 31,9 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right).$$

Відповідь:  $\ddot{x} + \dot{x} + 1018x = 44\cos 10\pi t$ ,  $\omega_{\text{рез}} = 31,9 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$ .

## Задачі для самостійного розв'язування

1 Закон руху точки має вигляд  $x = \cos \frac{\pi}{2} t$ . Через який час після початку руху швидкість точки буде максимальною?

2 Матеріальна точка масою 5 г здійснює гармонічні коливання з частотою 0,5 Гц. Амплітуда коливань 3 см. Визначити швидкість в момент часу, коли зміщення дорівнює 1,5 см.

3 Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання з періодом 1 с та амплітудою 0,5 м. За який час від початку руху вона пройде шлях 0,25 м, якщо початкова фаза дорівнює  $\frac{\pi}{2}$ .

4 Точка здійснює гармонічні коливання вздовж деякої прямої з періодом 0,6 с та амплітудою 0,1 м. знайти середню швидкість точки за час, протягом якого вона проходить шлях 0,05 м від положення рівноваги.

5 Тіло масою 200 г здійснює коливання на пружині жорсткістю  $100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$  з амплітудою 40 см. Яку швидкість має тіло на відстані 10 см від положення рівноваги?

6 Мідна кулька, підвішена на пружині, здійснює гармонічні коливання у вертикальній площині. Як зміниться період коливань, якщо на цю пружину підвісити скляну кульку такого ж радіусу?

7 Максимальна швидкість точки, що здійснює гармонічні коливання, дорівнює  $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , а максимальне прискорення  $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . визначити амплітуду коливань.

8 Матеріальна точка масою 4 кг здійснює коливання під дією сили  $F = -\pi^2 x$ . Визначити період цих коливань.

9 Вантаж масою 400 г коливається на пружині жорсткістю  $100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$  з амплітудою 6 см. Якою буде швидкість точки в той момент, коли зміщення від положення рівноваги становить 2 см?

10 Розрахувати імпульс частинки маси  $m$ , що здійснює коливання за законом  $x = A \sin(1,5\pi t)$  в момент часу  $t = 1$  с.

11 Математичний маятник здійснює коливання за законом  $\varphi = 0,03 \cos \left( 2t + \frac{\pi}{4} \right)$ . Знайти довжину нитки маятника.

12 Визначити частоту коливань диска радіусом 50 см навколо горизонтальної осі, яка проходить крізь твірну циліндра.

13 Тонкий однорідний стрижень довжиною 1 м здійснює малі коливання навколо горизонтальної осі, яка проходить на відстані 10 см від кінця стрижня. Визначити період коливань.

14 Довжина нитки одного з математичних маятників на 15 см більше довжини другого. За той час, поки один з маятників виконує 7 коливань, інший робить на одне коливання більше. Визначити періоди коливань маятників.

15 На скільки зменшиться кількість коливань маятника з періодом 1 с за добу, якщо його довжина збільшиться на 5 см?

16 Тіло одночасно приймає участь у двох однонаправлених коливаннях  $x_1 = 6\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$  та  $x_2 = 8\cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$ . Розрахувати амплітуду результуючого коливання.

17 Матеріальна точка одночасно бере участь у двох коливаннях одного напрямку  $x_1 = \sin 5\pi t$  та  $x_2 = 4\sin(5t + 1)$ . Розрахувати амплітуду та початкову фазу результуючого коливання.

18 Матеріальна точка одночасно бере участь у двох коливаннях одного напрямку  $x_1 = 9\cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$  та  $x_2 = 12\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$ . Записати рівняння результуючого коливання.

19 Записати рівняння руху, що утворюється шляхом додавання двох однаково напрямлених гармонічних коливань з однаковими періодами 8 с та однаковими амплітудами 2 см. Різниця фаз коливань  $\frac{\pi}{4}$ , початкова фаза одного з коливань дорівнює нулю.

20 Точка бере участь в двох коливаннях одного періоду з однаковими початковими фазами. Амплітуди коливань дорівнюють 3 та 4 см. Знайти амплітуду результуючого коливання, якщо коливання здійснюються: а) в одному напрямку; б) у взаємно перпендикулярних напрямках.

21 Частота вільних незгасаючих гармонічних коливань системи  $10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ . Яким повинен бути коефіцієнт згасання, щоб коливання відбувалися з частотою  $6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ?

22 Логарифмічний декремент згасання математичного маятника дорівнює 0,2. В скільки разів зміниться амплітуда за одне повне коливання маятника?

23 Знайти логарифмічний декремент згасання коливань математичного маятника, якщо за час 1 хв амплітуда коливань зменшилася в 2 рази. Довжина маятника 1 м.

24 Математичний маятник довжиною 24,7 см здійснює згасаючі коливання. Через який час амплітуда коливань зменшиться в 9,4 рази? Розв'язати задачу при значеннях логарифмічного декременту згасання а) 0,01; б) 1.

25 Математичний маятник довжиною 0,5 м, виведений з положення рівноваги, відхилився під час першого коливання на 5 см, а при другому (в той самий бік) – на 4 см. Знайти час релаксації.

26 Тіло масою 10 г здійснює згасаючі коливання з максимальною амплітудою 7 см, початковою фазою, рівною нулю, та коефіцієнтом згасання  $\beta = 1,6 \text{ с}^{-1}$ . На тіло почала діяти періодична зовнішня сила, під дією якої встановилися вимушені коливання. Рівняння вимушених коливань має вигляд  $x = 5 \sin\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$ . Записати рівняння власних коливань та рівняння періодичної зовнішньої сили.

27 В системі відбуваються коливання, які описуються рівнянням  $x = 6e^{-4t} \cos(2t + 3)$ . В скільки разів зміниться амплітуда коливань за час, рівний періоду? Запишіть диференціальне рівняння, розв'язком якого є рівняння руху.

28 Матеріальна точка здійснює коливання за законом  $x = 12e^{-2t} \cos\left(8t - \frac{\pi}{4}\right)$ . З якою частотою відбувалися б ці коливання, якщо б в системі були відсутні сили тертя? В скільки разів зменшиться амплітуда коливань за 1 с?

29 Період згасаючих коливань 4 с, логарифмічний декремент згасання 1,6, початкова фаза дорівнює нулю. При  $t = \frac{T}{4}$  зміщення точки становить 4,5 см. Записати рівняння коливань.

30 Амплітуда згасаючих коливань за 5 хв зменшилася в 2 рази. За який час, відраховуючи від початку руху, амплітуда зменшиться в 8 разів?

## Тема 2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

Після розгляду даної теми студент повинен **знати**:

**поняття та визначення:** електромагнітні коливання, коливальний контур, активний опір, зсув фаз між струмом та напругою, коефіцієнт згасання електромагнітних коливань, добротність коливального контура, змінний струм, ємнісний опір, індуктивний опір, реактивний опір, загальний опір кола, векторна діаграма напруг, трикутник опорів, середня за період потужність змінного струму, амплітудне значення напруги і струму, діюче значення напруги і струму, коефіцієнт потужності.

Студент повинен **вміти**: записувати диференціальне рівняння коливань в контурі з заданими параметрами, записувати рівняння залежності від часу сили струму в контурі, записувати залежність від часу напруги на окремих елементах контура та на затискачах кола, записувати залежність від часу енергії електричного поля, записувати залежність від часу енергії магнітного поля, обчислювати максимальні значення енергії електричного та магнітного поля, знаходити ємнісний, індуктивний, реактивний опір кола, знаходити повний опір кола, розраховувати зсув фаз між струмом та напругою, будувати векторну діаграму напруг для контура з заданими параметрами, будувати трикутних опорів для даного контура, розраховувати середню за період потужність змінного струму, знаходити амплітудні та діючі значення струму та напруги, обчислювати коефіцієнт потужності.

### Основні формули

- Диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань в контурі

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

- Формула Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

- Залежність сили струму від часу під час вільних незгасаючих гармонічних коливань в контурі

$$i = i_m \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right).$$

- Залежність напруги від часу під час вільних незгасаючих гармонічних коливань в контурі

$$u = u_m \cos(\omega t + \alpha).$$

- Залежність енергії електричного поля від часу під час вільних незгасаючих гармонічних коливань в контурі

$$w_e = \frac{q_m^2}{2C} \cos(2\omega t + \alpha).$$

- Залежність енергії магнітного поля від часу під час вільних незгасаючих гармонічних коливань в контурі

$$w_m = \frac{Li_m^2}{2} \sin(2\omega t + \alpha).$$

- Максимальне значення енергії електричного поля

$$W_e = \frac{q_m^2}{2C}.$$

- Максимальне значення енергії магнітного поля

$$W_m = \frac{Li_m^2}{2}.$$

- Диференціальне рівняння згасаючих електромагнітних коливань в контурі

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

- Коефіцієнт згасання електромагнітних коливань

$$\beta = \frac{R}{2L}.$$

- Логарифмічний декремент згасання електромагнітних коливань

$$\lambda = \frac{\pi R}{\omega L}.$$

- Добротність коливального контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

- Диференціальне рівняння вимушених електромагнітних коливань

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = u_m \cos \omega t.$$

- Ємнісний опір

$$X_c = \frac{1}{\omega C}.$$

- Індуктивний опір

$$X_L = \omega L.$$

- Реактивний опір

$$X = X_L - X_c = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

- Загальний опір кола

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

- Зсув фаз між струмом та напругою



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

- Закон Ома для кола змінного струму

$$i_m = \frac{u_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

- Резонансна частота коливального контура

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

- Середня за період потужність змінного струму

$$\bar{p} = \frac{i_m u_m}{2} \cos\varphi = IU \cos\varphi.$$

- Коефіцієнт потужності

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

- Діючі значення струму та напруги

$$I = \frac{i_m}{2}, \quad U = \frac{u_m}{2}.$$

### Приклади розв'язування задач

1 Якої величини індуктивність слід включити до складу коливального контура, щоб отримати частоту 10 МГц? Ємність конденсатора в контурі 50 пФ.

Дано:  
 $\nu = 10\text{МГц} = 10^7\text{Гц}$   
 $C = 50\text{пФ} = 5 \cdot 10^{-11}\text{Ф}$

Розв'язання

Частота вільних незгасаючих гармонічних коливань в контурі

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Звідси

$$\nu^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$L$ —?

Тоді ємність конденсатора в контурі

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C \nu^2};$$

$$L = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 5 \cdot 10^{-11} (10^7)^2} = 5(\text{Гн}).$$

Відповідь:  $L = 5\text{Гн}$ .

2 Різниця потенціалів на обкладках конденсатора ємністю  $2\text{мкФ}$  змінюється за законом  $u_c = 4\sin(3t + 1)$ . Розрахувати амплітудне значення сили струму.

Дано:  
 $C = 2\text{мкФ} = 2 \cdot 10^{-6}\text{Ф}$   
 $u_c = 4\sin(3t + 1)$

Розв'язання

Ємність конденсатора та напруга пов'язані співвідношенням

$$C = \frac{q}{u}$$

Звідси заряд конденсатора

$$q = Cu;$$

$i_m - ?$	$q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \sin(3t + 1);$ $q = 8 \cdot 10^{-6} \sin(3t + 1).$ <p>Тоді сила струму</p> $i = \frac{dq}{dt} = 8 \cdot 10^{-6} \cos(3t + 1) \cdot 3;$ $i = 24 \cdot 10^{-6} \cos(3t + 1).$ <p>Максимальна сила струму в контурі</p> $i_m = 24 \cdot 10^{-6} \text{ А.}$
-----------	---

Відповідь:  $i_m = 24 \cdot 10^{-6} \text{ А.}$

3 В котушці індуктивністю 0,1 Гн тече струм  $i = 0,5 \sin 20t$ .  
Визначити ємність конденсатора та залежність напруги від часу.

<p>Дано:</p> $i = 0,5 \sin 20t$ $L = 0,1 \text{ Гн}$	<p>Розв'язання</p> <p>Залежність сили струму від часу</p> $i = i_m \sin \omega t.$ <p>Циклічна частота коливань</p> $\omega = 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$ <p>Циклічну частоту можна обчислити за формулою</p> $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}};$ $\omega^2 = \frac{1}{LC};$
<p>C - ?</p> <p><math>u(t) - ?</math></p>	

Звідси ємність конденсатора

$$C = \frac{1}{L\omega^2}.$$

$$C = \frac{1}{0,1 \cdot 400} = 0,025(\text{Ф}).$$

Заряд конденсатора

$$q = \int i(t)dt = \int 0,5\sin 20t dt;$$

$$q = 0,025\cos 20t.$$

Ємність та напруга пов'язані співвідношенням

$$C = \frac{q}{u}.$$

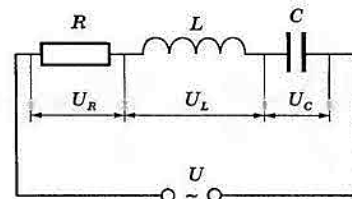
Тоді напруга

$$u = \frac{q}{C};$$

$$u = \frac{0,025\cos 20t}{0,025} = \cos 20t.$$

Відповідь:  $C = 0,025, u = \cos 20t$ .

4  $u_R = 4\text{В}, u_L = 6\text{В}, u_C = 3\text{В}$ . Знайти загальну напругу.



Дано:

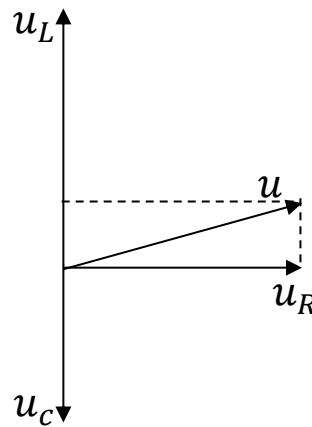
$$u_R = 4B$$

$$u_L = 6B$$

$$u_c = 3B$$

Розв'язання:

Векторна діаграма напруг



$u = ?$

Загальна напруга

$$u = \sqrt{u_R^2 + (u_L - u_c)^2}.$$

$$u = \sqrt{4^2 + (6 - 3)^2} = 5(B).$$

Відповідь:  $u = 5B$ .

5 Знайти різницю фаз між струмом та напругою в контурі з послідовно з'єднаними елементами  $R, L, C$ , якщо  $R = 20 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 50 \text{ Ом}$ ,  $X_c = 10 \text{ Ом}$ .

Дано:

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$X_L = 50 \text{ Ом}$$

$$X_c = 10 \text{ Ом}$$

Розв'язання

Зсув фаз між струмом і напругою

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}.$$

Реактивний опір кола

$$X = X_L - X_c.$$

Тоді

A—?

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R};$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{50 - 10}{20} = 2;$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}2 = 0,352\pi.$$

Відповідь:  $\varphi = 0,352\pi$ .

### Задачі для самостійного розв'язування

1 Індуктивність котушки коливального контура 150 мкГн. Необхідно налаштувати контур на частоту 1 МГц. Яка повинна бути ємність конденсатора в контурі?

2 Як зміниться частота коливань в контурі, якщо в  $n$  разів зменшити відстань між пластинами конденсатора?

3 Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 7 мкФ, котушки індуктивністю 0,23 Гн та опору 40 Ом. Обкладки конденсатора мають заряд 0,56 мКл. Знайти період коливань в контурі. Записати залежність різниці потенціалів між обкладками конденсатора від часу.

4 Котушка довжиною 50 см та площею поперечного перерізу 3 см<sup>2</sup> має 100 витків та з'єднана з повітряним конденсатором. Площа пластин конденсатора 75 см<sup>2</sup>, а відстань між ними 5 мм. Визначити період коливань в контурі.

5 Ємність конденсатора коливального контура 0,4 мкФ, частота власних коливань 5 Гц, амплітуда коливань заряду 8 мКл. Записати рівняння залежності заряду, сили струму та напруги від часу. Знайти амплітудні та діючі значення сили струму та напруги.

6 Котушка індуктивністю 30 мкГн під'єднана до плоского конденсатора з площею пластин 0,01 м<sup>2</sup> та відстанню між ними 0,1 мм. Знайти діелектричну проникність середовища, що заповнює простір між пластинами, якщо контур налаштовано на довжину хвилі 750 м.

7 Два конденсатора ємностями 0,1 мкФ та 0,2 мкФ ввімкнені послідовно в коло змінного струму напругою 220 В та частотою 50 Гц. Знайти струм в колі та падіння напруги  $U_{c1}$  та  $U_{c2}$ .

8 Котушка без осердя довжиною 40 см та перерізом  $10 \text{ см}^2$ , яка містить 1000 витків, з'єднана з конденсатором ємністю  $0,8 \text{ мкФ}$ . Визначити частоту коливань в контурі.

9 Рівняння залежності від часу напруги між обкладками конденсатора в коливальному контурі має вигляд  $u = 50 \cos(10^4 \pi t)$ . Ємність конденсатора  $0,1 \text{ мкФ}$ . Знайти період коливань, індуктивність контура, закон зміни сили струму з часом.

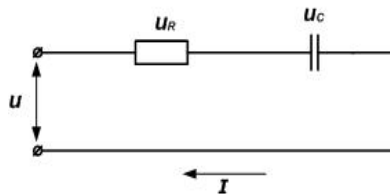
10 Рівняння зміни з часом сили струму в контурі має вигляд  $i = -0,02 \sin 400 \pi t$ . Індуктивність контура  $1 \text{ Гн}$ . Знайти період коливань, ємність контура, максимальну енергію магнітного поля та максимальну енергію електричного поля.

11 Знайти відношення енергії магнітного поля коливального контура до енергії електричного поля для моменту часу  $\frac{T}{8}$ .

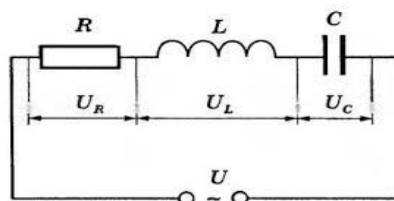
12 Для кола змінного струму з послідовно з'єднаними  $R, L, C$  визначити повний опір  $Z$ , якщо відомий активний опір  $R = 10 \text{ Ом}$  та різниця фаз  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .

13 Знайти різницю фаз між струмом і напругою в контурі з послідовно з'єднаними елементами  $R, L, C$ , якщо  $R = X_C = 10 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 20 \text{ Ом}$ .

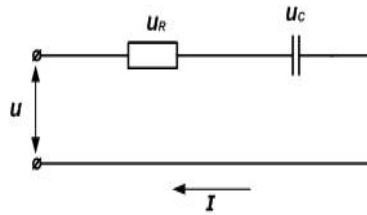
14 Резистор опором  $100 \text{ Ом}$  і конденсатор ємністю  $1 \text{ мкФ}$  ввімкнені в коло змінного струму. Різниця фаз між струмом та підведеною до контура напругою  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ . Знайти частоту змінної напруги.



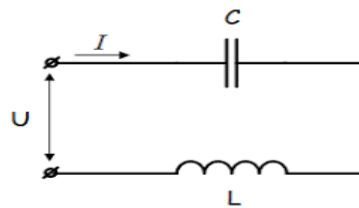
15  $X_C = X_L = 1000 \text{ Ом}$ . Різниця фаз між струмом та підведеною до контура напругою  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ . Розрахувати активний опір контура.



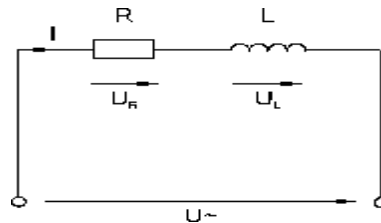
16 Частота зовнішньої напруги  $1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ .  $R = 1000 \text{ Ом}$ .  
Різниця фаз між струмом та підведеною до контуру напругою дорівнює  $\frac{\pi}{4}$ . Розрахувати ємність конденсатора.



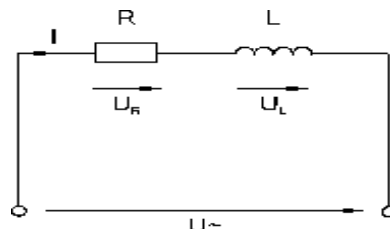
17 Напруга на котушці дорівнює 10 В, напруга на конденсаторі 30 В. Знайти різницю фаз між струмом та підведеною зовнішньою напругою.



18 Активний опір дорівнює 10 Ом, частота зовнішньої підведеної напруги  $100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ , різниця фаз між струмом та підведеною зовнішньою напругою дорівнює  $\frac{\pi}{4}$ . Розрахувати індуктивність контура.



19  $U_R = U_L = 10 \text{ В}$ . Знайти різницю фаз між струмом та підведеною зовнішньою напругою.

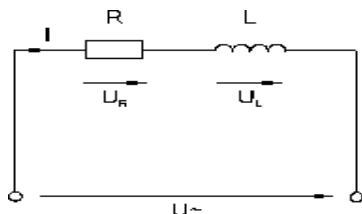


20 В коло змінного струму послідовно ввімкнені резистор опором 10 Ом, конденсатор ємністю 1 мкФ та дросель



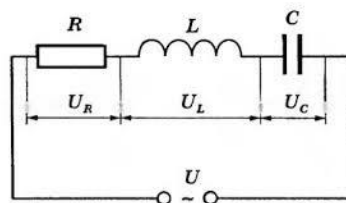
індуктивністю 1 Гн. При якій циклічній частоті повний опір кола буде мінімальним?

21  $U_R = 90 \text{ В}$ ,  $U_L = 120 \text{ В}$ . Розрахувати загальну напругу на колі.



22 В коло змінного струму послідовно ввімкнені резистор опором 30 Ом, конденсатор ємністю 1 мкФ та дросель індуктивністю 1Гн. Розрахувати максимальну можливу силу струму, якщо до контура підведена напруга 150 В, а частота може бути будь-якою.

23 Визначити загальний опір кола, якщо активний опір 50 Ом, напруга на резисторі 100 В. До контура підведено напругу 220 В.



24 Фаза напруги в ідеальному коливальному контурі в деякий момент часу дорівнює  $\frac{\pi}{3}$ . Яка фаза напруги на котушці в цей момент часу?

25 Сила струму в коливальному контурі, що містить котушку індуктивністю 10 мГн, змінюється за законом  $i = 0,01 \sin(10^4 \pi t)$ . Знайти ємність конденсатора в контурі.

26 В скільки разів зміниться повний опір котушки індуктивністю L при зміні частоти струму в 2 рази, якщо при початковій частоті активний та індуктивний опір котушки були однакові?

27 В контурі, що складається з котушки та конденсатора змінної ємності, створюються вимушені коливання. Якщо ємність змінюється на 1% порівняно з ємністю, що відповідає

максимальному струму, струм зменшується в 1,5 рази. Визначити логарифмічний декремент згасання.

28 Коливальний контур складається з котушки індуктивністю  $0,1$  мГн, конденсатора ємністю  $4$  мкФ та активного опору  $0,5$  Ом. Для підтримування в ньому незгасаючих коливань до конденсатора слід підводити напругу  $10$  В. Яку потужність при цьому слід підводити до контура?

29 До кола змінного струму з частотою  $50$  Гц ввімкнені послідовно два дроселі: один з активним опором  $12$  Ом та індуктивністю  $22$  мГн, другий – з активним опором  $8$  Ом та індуктивністю  $9,6$  мГн. Струм в колі дорівнює  $5,7$  А. визначити напругу на затискачах кола.

30 Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $0,2$  мкФ та котушки з індуктивністю  $5,07$  мГн. При якому логарифмічному декременті згасання різниця потенціалів на обкладках конденсатора за час  $1$  мс зменшиться в  $3$  рази? Яким буде при цьому активний опір контура?

### Тема 3. ХВИЛІ

Після розгляду даної теми студент повинен знати:

**поняття та визначення:** хвиля, основна властивість хвиль, пружна хвиля, пружне середовище, промінь, позовжна хвиля, поперечна хвиля, період хвилі, довжина хвилі, фазова швидкість хвилі, рівняння хвилі, хвильове число, хвильова поверхня, хвильовий фронт, плоска хвиля, сферична хвиля, хвильовий вектор, хвильове рівняння, інтерференція хвиль, інтерференційна картина, когерентні хвилі, умова інтерференційних максимумів, стояча хвиля, вузли стоячої хвилі, пучності стоячої хвилі.

Студент повинен **вміти:** визначати параметри хвилі, записувати рівняння хвилі, знаходити різницю фаз коливань двох точок хвилі, що лежать на одному промені, визначати результат інтерференції хвиль в даній точці, записувати рівняння стоячої хвилі, знаходити координати вузлів та пучностей стоячої хвилі.

## Основні формули

- Довжина хвилі

$$\lambda = vT.$$

- Хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

- Рівняння плоскої хвилі

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \alpha).$$

- Рівняння сферичної хвилі

$$\xi(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha).$$

- Фазова швидкість хвилі

$$v = \frac{\omega}{k}.$$

- Рівняння плоскої хвилі, що розповсюджується в довільному напрямку

$$\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - k\vec{r} + \alpha).$$

- Хвильовий вектор

$$\vec{k} = k\vec{n}.$$

- Хвильове рівняння

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

- Умова інтерференційних максимумів

$$\Delta r = m\lambda.$$

- Умова інтерференційних мінімумів

$$\Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

- Рівняння стоячої хвилі

$$\xi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t + \alpha).$$

- Амплітуда стоячої хвилі

$$A_{cm} = 2A\cos(kx).$$

- Координати вузлів стоячої хвилі

$$x_{\text{вузл}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}.$$

- Координати пучностей стоячої хвилі

$$x_{\text{пучн}} = \pm n\frac{\lambda}{2}.$$

### Приклади розв'язування задач

1 Визначити відстань між двома найближчими точками хвилі, що лежать на одному промені та коливаються у протифазі, якщо фазова швидкість хвилі 100 м/с, а частота хвилі 500 Гц.

Дано:	Розв'язання
$\nu = 500 \text{ Гц}$ $v = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	Відстань між двома найближчими точками, що коливаються у протифазі, дорівнює половині довжини хвилі
	$s = \frac{\lambda}{2}$
	Фазова швидкість хвилі $v = \lambda \nu$
<hr/> $s - ?$	Звідси довжина хвилі
	$\lambda = \frac{v}{\nu}$
	Тоді
	$s = \frac{v}{2\nu}$
	$s = \frac{100}{2 \cdot 500} = 0,1(\text{м})$

Відповідь:  $s = 0,1 \text{ м}$ .

2 Рівняння хвилі має вигляд  $\xi(x, t) = 0,2 \cos\left(12\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{6}\right)$ . Визначити швидкість поширення хвилі та відстань, на яку вона розповсюдиться за час, рівний періоду.

Дано:

$$\xi = 0,2 \cos \left( 12\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{6} \right)$$

$\lambda$ —?

$v$ —?

Розв'язання

Рівняння плоскої хвилі має вигляд

$$\xi = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Звідси циклічна частота

$$\omega = 12\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

та хвильове число

$$k = 10\pi \text{ м}^{-1}.$$

Фазова швидкість хвилі

$$v = \frac{\omega}{k};$$

$$v = \frac{12\pi}{10\pi} = 1,2 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Довжина хвилі

$$\lambda = \frac{2\pi}{k};$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2(\text{м}).$$

Відповідь:  $\lambda = 0,2\text{м}, v = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

З Рівняння незгасаючих коливань має вигляд  $x = \sin 2,5\pi t$ , см. Знайти зміщення від положення рівноваги точки, яка знаходиться на відстані 20 м від джерела коливань в момент часу 1 с після початку коливань. Швидкість поширення хвилі 100 м/с.

Дано:

$$x = \sin 2,5\pi t, \text{ см}$$

$$l = 20 \text{ м}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$v = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$\xi$ —?

Розв'язання

Запишемо рівняння коливань джерела в системі СІ

$$x = 0,01 \sin 2,5\pi t.$$

Звідси дістанемо характеристики коливального руху

$$A = 0,01 \text{ м};$$

$$\omega = 2,5\pi;$$

$$\varphi_0 = 0.$$

Зміщення точки, що знаходиться на відстані  $l$  від джерела, визначається рівнянням

$$\xi = A \cos(\omega t - kl + \varphi_0).$$

Фазова швидкість хвилі

$$v = \frac{\omega}{k};$$

Звідси хвильове число

$$k = \frac{\omega}{v};$$

$$k = \frac{2,5\pi}{100} = 0,025\pi (\text{м}^{-1}).$$

Тоді

$$\xi = 0,01 \cos(2,5\pi t - 0,025\pi l);$$

$$\xi = 0,01 \cos(2,5\pi \cdot 1 - 0,025\pi \cdot 20);$$

$$\xi = 0,01\cos 3\pi;$$

$$\xi = 0.$$

Відповідь:  $\xi = 0$ .

4 Знайти різницю фаз коливань двох точок, які знаходяться на відстанях  $l_1 = 10$  м та  $l_2 = 16$  м. Період коливань  $0,04$  с, швидкість розповсюдження хвилі  $300$  м/с.

Дано:

$$l_1 = 10\text{м}$$

$$l_2 = 16\text{м}$$

$$T = 0,04\text{с}$$

$$v = 300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Розв'язання

Рівняння плоскої хвилі

$$\xi = A\cos(\omega t - kl + \varphi_0).$$

Різниця фаз коливань в двох точках хвилі

$$\Delta\varphi = (\omega t - kl_1 + \varphi_0) - (\omega t - kl_2 + \varphi_0);$$

$$\Delta\varphi = kl_2 - kl_1 = k(l_2 - l_1).$$

$\Delta\varphi - ?$

Хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Довжина хвилі

$$\lambda = vT,$$

Тоді

$$k = \frac{2\pi}{vT}.$$

Отже,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(l_2 - l_1)}{vT};$$



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(16-10)}{300 \cdot 0,04} = \pi(\text{рад}).$$

Відповідь:  $\Delta\varphi = \pi$  рад.

5 В деяку точку приходять когерентні хвилі з різницею ходу 1,8 мм. Визначити, мінімум чи максимум буде спостерігатися в даній точці, якщо довжина хвилі 0,3 мм.

Дано:

$$\Delta r = 1,8\text{мм} = 1,8 \cdot 10^{-3}\text{м}$$

$$\lambda = 0,3\text{мм} = 0,3 \cdot 10^{-3}\text{м}$$

Розв'язання

Умова інтерференційних максимумів

$$\Delta r = m\lambda.$$

Звідси

$$m = \frac{\Delta r}{\lambda};$$

$$m = \frac{1,8 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 10^{-3}} = 6.$$

$m = ?$

Оскільки  $m$ -ціле число, то в даній точці спостерігається інтерференційний максимум.

Відповідь: спостерігається інтерференційний максимум.

### Задачі для самостійного розв'язування

1 Визначити максимальну швидкість точки, що бере участь у хвильовому процесі, якщо рівняння хвилі має вигляд  $\xi(x, t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin(100t - 0,1x)$ .

2 Визначити довжину шляху, який проходить точка, та модуль її переміщення за час  $\Delta t = 1,5T$ , якщо рівняння хвилі має вигляд  $\xi(x, t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin(100t - 0,1x)$ .

3 Рівняння хвилі має вигляд  $\xi(x, t) = 5\cos(10t - 0,2x)$ . Визначити відстань між двома найближчими точками, які коливаються синфазно.

4 Рівняння хвилі має вигляд  $\xi(x, t) = 10\sin 2\pi(5t - 0,01x)$ . За який час коливання розповсюдяться на відстань 100 м?

5 Визначити відстань між двома найближчими точками хвилі, що лежать на одному промені та коливаються синфазно, якщо швидкість хвилі 5000 м/с, а частота коливань 100 Гц.

6 Визначити відстань між двома найближчими точками хвилі, що лежать на одному промені та коливаються у протифазі, якщо швидкість хвилі 300 м/с, а частота коливань 30 Гц.

7 Швидкість розповсюдження хвилі в середовищі 200 м/с. Визначити період коливань, якщо найменша відстань між точками, що коливаються у протифазі, дорівнює 20 см.

8 Осцилятор здійснює коливання за законом  $x = 4\cos 60\pi t$ . Швидкість розповсюдження коливань в середовищі 1200 м/с. Визначити довжину хвилі.

9 Визначити різницю фаз коливань двох точок, що знаходяться на одному промені на відстані  $\frac{\lambda}{8}$  одна від одної.

10 Яка різниця фаз коливань точок середовища, відстань між якими вздовж напрямку розповсюдження хвилі дорівнює 20 см, якщо довжина хвилі дорівнює 0,8 м?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3 т. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. Вид. 2-ге, випр. Київ : Техніка, 2006. 532 с.

2 Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм. Вид. 2-ге, випр. Київ : Техніка, 2006. 452 с.

3 Лопатинський І. Є., Зачек І. Р., Кравчук І. М. та ін. Курс фізики : підручник. Львів : Афіша, 2003. 376 с.

4 Пастушенко С. М. Загальна фізика. Механіка. Київ : НАУ, 2002. 284 с.

5 Матвеев А. Н. Механіка і теорія відносності. Київ : Вища шк., 1993. 288 с.

6 Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Київ : Вища шк., 2002. 375 с.

7 Загальний курс фізики : збірник задач / під ред. І. П. Гаркуші, І. Т. Горбачука, В. П. Курінного та ін. Київ, 2004. 560 с.

